

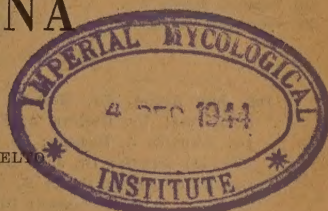
ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELLO



JULIO 1944 — ENTREGA I — TOMO CXXXVIII

SUMARIO

	Pág.
SECCIÓN OFICIAL DE LA « SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA », SECCIÓN SANTA FE:	
Sesión de comunicaciones del 11 de mayo de 1944: Observaciones sobre la geoquímica de los filones vanadíferos, por Gustavo A. Fester ...	3
Sobre un problema de Darwin, por José Babini	4
Asamblea ordinaria del 11 de mayo de 1944. Memoria de la Presidencia correspondiente al período 1943-1944. Balance de tesorería. Comisión Directiva, período 1944-45. Lista de socios	5
EMILIO L. DÍAZ. — Algunas investigaciones sobre circulación atmosférica (<i>Conclusión</i>)	9
J. C. VIGNAUX. — Sobre representación asintótica de funciones mediante integrales	27
SEMINARIO MATEMÁTICO « DR. CLARO C. DASSEN ». — Comunicaciones de los Dres. Biggeri, Vignaux, Baidaff y Sr. Mischa Cotlar	40

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1944

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmelster †
Dr. Benjamin A. Gould †
Dr. R. A. Phillippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †

Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †

Dr. Walter Nernst †
Dr. Alberto Einstein †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Ing. Guillermo Marconi †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Housay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de Fragata Héctor R. Ratto; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sor-dani; Dr. Reinaldo Vanossi; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1943-1944)

Presidente Doctor Gonzalo Bosch
Vicepresidente 1º Ingeniero Enrique Chanourdie
Vicepresidente 2º Doctor Jorge Magnin
Secretario de actas Profesor José F. Molino
Secretario de correspondencia Doctor E. Eduardo Krapf
Tesorero Ingeniero Edmundo Parodi
Bibliotecario Ingeniero José M. Páez

Vocales
Doctor Reinaldo Vanossi
Ingeniero Belisario Alvarez de Toledo
Doctor José Llaure
Ingeniero Juan B. Marchionatto
Ingeniero Carlos M. Gadda
Cap. de Frag. Marcos A. Savon
Doctor Carlos A. Bertomeu
Ingeniero Alfredo G. Galmarini
Ingeniero Gastón Wunenburger

Suplentes
Ingeniero Anecto J. Bosisio
Ingeniero Héctor Ceppi
Ingeniero Pedro Rossell Soler
Doctor Elías A. De Cesare
Ingeniero Juan B. Berrino

Revisores de balances anuales
Doctor Antonio Casacuberta
Arquitecto Carlos E. Géneau

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Artº 10 del Reglamento de los "ANALES" (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Administración de la Sociedad, calle Santa Fe 1146, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anomalía, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

TOMO CXXXVIII

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1944

SECCION OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA
SECCION « SANTA FE »

SESIÓN DE COMUNICACIONES DEL 11 DE MAYO DE 1944

El 11 de mayo de 1944, en uno de los laboratorios de la Facultad de química industrial y agrícola, a las 18, tuvo lugar, bajo la presidencia del vicepresidente de la sección, Profesor Rolando Hereñú, una sesión de comunicaciones científicas organizada por la sección « Santa Fe » de la Sociedad Científica Argentina, y en la que se presentaron las dos comunicaciones cuyos resúmenes se publican a continuación.

**OBSERVACIONES SOBRE LA GEOQUIMICA DE LOS FILONES
VANADIFEROS**

Por GUSTAVO A. FESTER

En una publicación anterior ⁽¹⁾, a raíz del examen de yacimientos de vanadato de plomo en la provincia de Mendoza, se había desarrollado el concepto, que el vanadio no tiene ninguna relación aborigen con el sulfuro de plomo, procedente del magna permo-triásico, sino que deriva de la eflorescencia posterior de rocas básicas y que había sido acarreado a la veta por aguas descendentes. Este concepto, sin alterar la hipótesis básica o sea el carácter epigenético del vanadio, hubo que ser modificado hasta cierto grado, después de haber examinado las vetas vanadíferas de la provincia de San Luis, donde no existen rocas básicas en la cercanía de los yacimientos. Se sostiene, entonces, que en este caso el vanadio procede de la eflorescencia del feldespató del gneis encajonante, aunque su

(1) *Revista Fac. Quím. S. Fe*, t. IX y X, pág. 11.

ley en este elemento es muy pequeña, o quizás también de un dique pegmatítico, que cruza la veta de los vanadatos. Siendo ésta de dimensiones considerables ($1\frac{1}{4}$ km de largo, ancho máximo unos 4 m), se puede bien estudiar una división zonal en el sentido vertical:

1. Zona superior (entrando de manera cuneiforme en la segunda), la que por estar arriba del nivel hidroestático, contiene poco vanadio y consiste en mayor parte en carbonato de plomo con sulfato y galena inalterada.

2. La zona principal, que consiste en vanadinita terrosa, en mezcla con ganga cuarzosa y materia arcillosa, procedente de la roca encajonante; la ley promedia en óxido de vanadio se puede apreciar en unos 3,5 %.

3. La zona inferior de oxidación, que contiene la desloicita en estado compacto, de color negro. Por analogía con otros yacimientos, la ley de vanadio será considerablemente más alta que en la zona 2.

Más abajo, en una profundidad no alcanzada todavía, sigue probablemente la veta con sulfuros no alterados.

SOBRE UN PROBLEMA DE DARWIN

Por JOSE BABINI

El autor parte del siguiente párrafo de Charles Darwin: « Se calcula que el elefante es el animal más lento para reproducirse entre todos los conocidos, y yo me he tomado algún trabajo para calcular su probable proporción mínima de aumento natural; se puede suponer con toda tranquilidad que empieza a procrear a los 30 años y sigue haciéndolo hasta los 90, produciendo seis hijos en el intervalo y sobreviviendo aún hasta los 100 años; en tal caso, después de un período de 740 a 750 años habría cerca de 19 millones de elefantes vivos descendientes de la primera pareja ». (*El origen de las especies por medio de la selección natural*, Buenos Aires, 1943, p. 77), y plantea el problema general de una especie que necesite p períodos antes de procrear, que durante los q períodos siguientes procrea a razón de h parejas por período, y que muera después de otros r períodos.

Si u_n es el número de parejas que nacen en el período n y v_n el número total de parejas en ese período, llega a las relaciones generales

$$u_n = h (u_{n-p} + u_{n-p+1} + \dots + u_{n-p-q+1}) \quad [1]$$

$$v_n = u_n + u_{n-1} + \dots + u_{n-p-q-r+1} \quad [2]$$

de manera que determinando la solución general de la sucesión recurrente [1] que dependerá de las raíces de una ecuación de grado $p + q - 1$ y fijando sus $p + q - 1$ constantes arbitrarias de acuerdo a las condiciones iniciales del problema, se obtiene mediante la [2] la solución del problema general.

En el caso particular del problema de Darwin: $p = 1$; $q = 2$; $h = \frac{3}{2}$; con los datos iniciales $u_1 = 1$; $u_2 = \frac{3}{2}$, se llega a

$$u_n = \frac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2} \quad ; \quad v_n = u_n + \frac{5}{3} u_{n-1}$$

siendo x_1 y x_2 las raíces de la ecuación $x^2 = \frac{3}{2} (x + 1)$.

Para $n = 25$ (750 años) se obtiene aproximadamente para el número total de parejas de elefantes la cifra de 190 millones, 20 veces mayor que la dada por Darwin.

ASAMBLEA ORDINARIA DEL 11 DE MAYO DE 1944

El 11 de mayo de 1944, a continuación de la sección de comunicaciones, los socios de la sección « Santa Fe » de la Sociedad Científica Argentina, se reunieron en asamblea ordinaria con el objeto de considerar la memoria de la presidencia y balance de tesorería correspondientes al período 1943-1944 y elegir la nueva Comisión Directiva de la Sección.

Damos a continuación la memoria y balance aprobados por la asamblea, así como la nómina de las autoridades de la sección para el período 1944-1945.

MEMORIA DE LA PRESIDENCIA CORRESPONDIENTE AL PERIODO
1943-1944

Señores consocios:

Someto a vuestra consideración la memoria correspondiente al ejercicio 1943-44.

Aunque me pesa decirlo, debo reconocer que la labor desplegada por esta Sección se ha restringido más de lo esperado y que sólo se han realizado dos sesiones de comunicaciones. En anteriores períodos tuvimos oportunidad de asistir a otras actividades pero en el período que reseño, y por motivos que creo obvio discriminar, ellas no se han efectuado.

Las sesiones de comunicaciones a que me referí más arriba fueron: el 23 de septiembre de 1943, en la que se presentaron los trabajos:

- 1) L. GISCAFRE y A. E. RAGONESE. — *Rinitis y asma alérgica ocasionada por el polen del género « Ligustrum »*.
- 2) JOSÉ PIAZZA. — *Ensayos de precipitación de aerosoles.*

el 11 de mayo de 1944, en la que se presentaron los trabajos:

- 1) DR. GUSTAVO A. FESTER. — *Observaciones sobre la geoquímica de los filones vanadíferos.*
- 2) Ing. JOSÉ BABINI. — *Sobre un problema de Darwin.*

Movimiento de socios. — La cantidad de socios no ha sufrido mayores variaciones y sólo son de lamentar algunas renunciadas, computando las cuales el número total actual de esta filial se eleva a cuarenta y un socios.

Movimiento de Fondos. — De acuerdo al informe que presenta el Sr. Tesorero los ingresos forman una suma total de \$ 1.413,25 m/n, de los cuales \$ 315,25 m/n vienen del ejercicio anterior y \$ 1.098,00 m/n corresponden a la cuota de socios. Los diversos gastos y las remesas a la Sede Central de esta Sociedad insumieron la suma de \$ 1.062,20 m/n, quedando en consecuencia un saldo en Caja de \$ 351,05.

Para terminar debo manifestar, en nombre de la Sociedad Científica Argentina Sección Santa Fe, nuestro agradecimiento a las autoridades de la Facultad de Química Industrial y Agrícola por la prestación del local, aparatos de proyección y el personal puesto a disposición de esta Sociedad en los actos realizados.

Santa Fe, mayo de 1944.

E. A. VERGARA
SECRETARIO

B. SANTINI
PRESIDENTE

COMISION DIRECTIVA

Período 1944-45

Presidente, Ing^o Agr^o Bruno Santini; Vice-Presidente, Prof. Rolando Hereñú; Secretario de actas, Ing^o Agr^o Arturo Ragonese; Secretario de correspondencia, Ing^o Quím. Emilio A. Vergara; Tesorero, Ing^o Quím. Mario Schivazzappa; Vocales titulares: Dr. José Piazza e Ing^o Quím. Carlos Christen; Vocales suplentes: Dr. Gustavo A. Fester e Ing^o Civ. Francisco Urondo; Encargado de Publicaciones, Ing^o Civ. José Babini; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing^o Quím. Rodolfo Rouzaut.

LISTA DE SOCIOS

Anadón, Leónidas	Méndez, Rafael O.
Ariotti, Juan Carlos	Muzzio, Enrique
Babini, José	Nicollier, Víctor S.
Berraz, Guillermo	Nigro, Angel
Bertuzzi, Francisco A.	Niklison, Carlos A.
Bossi, Celestino	Piazza, José
Cerana Miguel	Piñero, Rodolfo
Costa Comas, Ignacio M.	Pozzo, Hiram J.
Crouzeilles, A. L. de	Puente, Nemesio G. de la
Cruellas, José	Rouzaut, Rodolfo
Christen, Carlos	Salaber, Julio
Christen, Rodolfo G.	Salgado, José
Fester, Gustavo A.	Santini, Bruno L. P.
Giscafre, Lorenzo	Schivazzappa, Mario
Gollán, Josué (h.)	Simonutti, Atilio A.
Hereñú, Rolando	Spezzati, Carlos
Hotschewer, Curto	Tissembaum, Mariano
Kleer, Gregorio	Urondo, Francisco E.
Mai, Carlos	Vergara, Emilio A.
Mallea, Oscar S.	Virasoro, Enrique
Mántaras, Fernando	Zárate, Carlos C.

ALGUNAS INVESTIGACIONES SOBRE CIRCULACION ATMOSFERICA

POR EL TENIENTE DE FRAGATA

EMILIO L. DIAZ

(Conclusión *)

DEPRESIONES INDEPENDIENTES EN LA ZONA CENTRAL

Queda aún por dilucidar un punto sumamente importante, esto es, la previsión de la ocurrencia del paso del tren ciclónico.

El dato más fácilmente obtenible y más representativo, de ser exacta la teoría enunciada, lo constituiría la evolución de la presión en la zona central mediterránea argentina.

En efecto, si las invasiones de aire polar y la generación de los trenes ciclónicos que las preceden son consecuencia de las oscilaciones de la radiación solar, como acción indirecta, y habiendo ya establecido que el efecto directo se manifiesta como generación de una depresión térmica independiente en la zona central, era lógico buscar en estas últimas el « síntoma » precursor de aquellos fenómenos.

Encarada la utilización de las observaciones de la presión en la región central de la República, se siguieron dos caminos para su análisis, el uno considerándolas en modo grueso, es decir, seleccionando las fechas de mínimos en Villa Mercedes (San Luis), estación elegida para este cálculo, que correspondían a presiones sobre la normal en Río Gallegos. El segundo, considerando los apartamientos con respecto a los promedios decadales de la presión en una serie de estaciones sudamericanas y en Orcadas, método que proporcionaba una mayor finura en los análisis al eliminar las ondas de gran período de la presión.

Vamos a estudiar primero el proceso del « modo grueso ».

* Ver Entrega anterior.

De la onda de la presión en Villa Mercedes correspondiente a los inviernos (abril a octubre) de 1940 y 1941 se obtuvieron las fechas de mínimos independientes de descensos en la región austral. Los resultados hallados son la consecuencia de 23 casos estudiados.

Fijadas las fechas de ocurrencia de los mínimos independientes de la presión, se anotaron los valores de esta variable desde 5 días antes hasta 14 días después, promediándolos en forma análoga a lo que se hizo en los análisis anteriores referentes a invasiones de aire polar y trenes ciclónicos, es decir, promedios de todos los valores correspondientes al día 5, luego, el promedio de los del día 4, y así sucesivamente.

En forma similar se procedió para Río Gallegos.

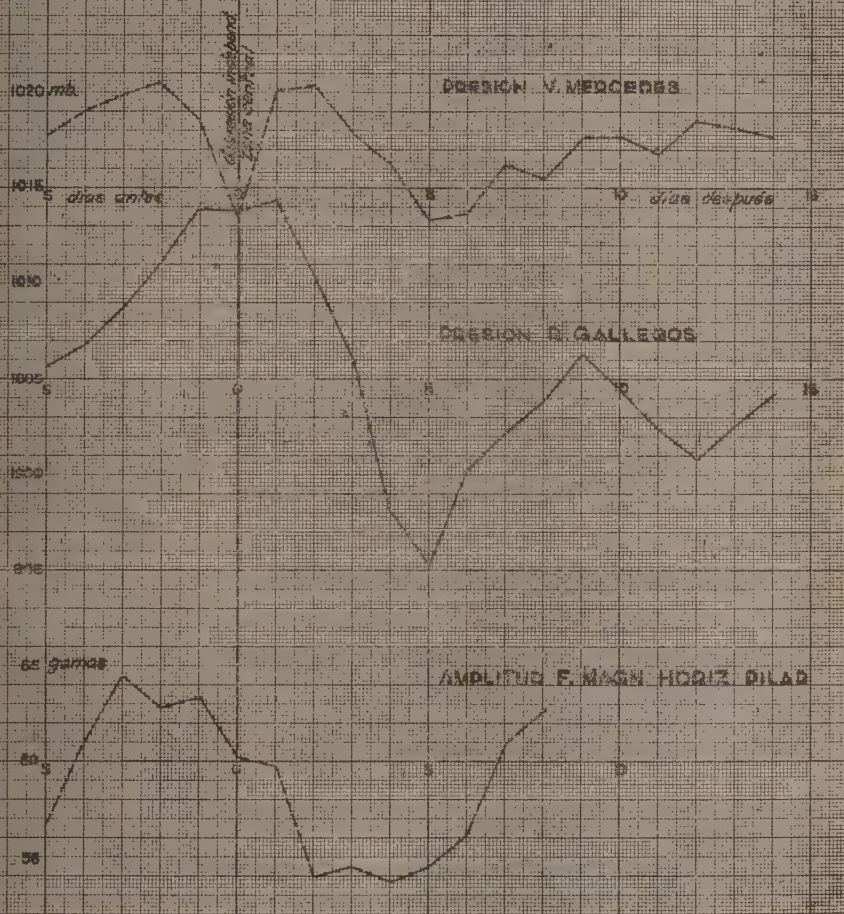
Como ya para esa fecha carecíamos de los valores diarios de la radiación solar que hasta febrero de 1937 nos proporcionó gentilmente la Smithsonian Institution, se eligió la amplitud diaria de la fuerza horizontal magnética en Pilar (Córdoba) como variable conectada directamente con la actividad del sol.

En el gráfico y cuadro de valores agregados se pueden ver los resultados de este estudio. Puede notarse que 5 días después del mínimo independiente en Villa Mercedes pasa el primer ciclón del tren polar por el sur de Río Gallegos. Puede también comprobarse que la caída de la presión en este último punto, entre los días 1 y 5, es de 19 milibares, lo que indica que la exactitud de fecha de la previsión es muy buena, porque de no ser así, si hubiera oscilaciones en el intervalo de fase, al promediar los 23 casos que se emplearon para el estudio aparecería una caída mucho menor en la onda resultante.

Resumiendo, puede decirse que la generación de depresiones independientes en la zona central argentina es indicio seguro de la formación posterior (5 días más tarde en invierno de un tren de ciclones polares. El máximo de amplitud de la fuerza magnética horizontal precede ligeramente al mínimo de presión en Villa Mercedes, lo que estando ligado a una mayor actividad solar ⁽¹⁾, vuelve a mostrar que esa depresión independiente es consecuencia de la acción directa del sol.

(1) JEAN BOSLER. — « Cours d'astronomie astrophisique ».

EVOLUCION DE LA PRESION DETERMINADA POR LA GENERACION DE UN MINIMO INDEPENDIENTE EN VILLA MERCEDES



EVOLUCIÓN DE LA PRESIÓN CORRESPONDIENTE A LA GENERACIÓN DE DEPRESIONES
INDEPENDIENTES EN LA ZONA CENTRAL

Inviernos 1940-1941

Días	Presión V. Mercedes	Presión Gallegos	Amplitud fuerza mag. horizontal Pilar (gamas)
— 5	1017,7	1005,7	56,7
— 4	19,0	06,8	61,0
— 3	19,8	08,7	64,5
— 2	20,5	11,1	62,9
— 1	18,6	13,9	63,4
0	13,5	13,7	60,3
1	20,0	14,4	59,9
2	20,3	10,4	54,1
3	17,9	06,0	54,6
4	16,3	998,2	53,9
5	13,3	95,3	54,6
6	13,7	1000,3	56,3
7	16,2	02,2	61,0
8	15,4	03,8	62,8
9	17,5	06,3	
10	17,6	04,4	
11	16,8	02,3	
12	18,4	00,8	
13	18,1	02,6	
14	17,6	04,2	

Pasemos ahora al segundo método de análisis, al de los apartamientos con respecto a las medias decadales de la presión.

Se analizaron las depresiones generadas durante las primaveras (septiembre, octubre y noviembre) de los años 1932, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938 y 1939, aunque no en todos los años enunciados para todas las estaciones empleadas, debido a que carecemos de los datos de algunos de estos. El término medio es de 5 primaveras por estación (aproximadamente 23 casos).

Fué aplicado idéntico medio de investigación, promedios de apartamientos por días antes y después con respecto a la fecha origen (depresión independiente en la zona central).

Se analizaron las curvas de la presión en las siguientes estaciones (primavera):

Juan Fernández - años 1936, 1937, 1938 y 1939; 19 casos.
Villa Mercedes - años 1934, 1935, 1936, 1937 y 1938; 23 casos.
Montevideo - años 1934, 1935, 1936, 1937 y 1938; 23 casos.
Esquel - años 1934, 1935, 1936, 1937 y 1938; 23 casos.
Río Gallegos - años 1934, 1935, 1936, 1937, 1938 y 1939; 29 casos.
Orcadas - años 1932, 1934, 1935, 1936, 1937 y 1938; 29 casos.

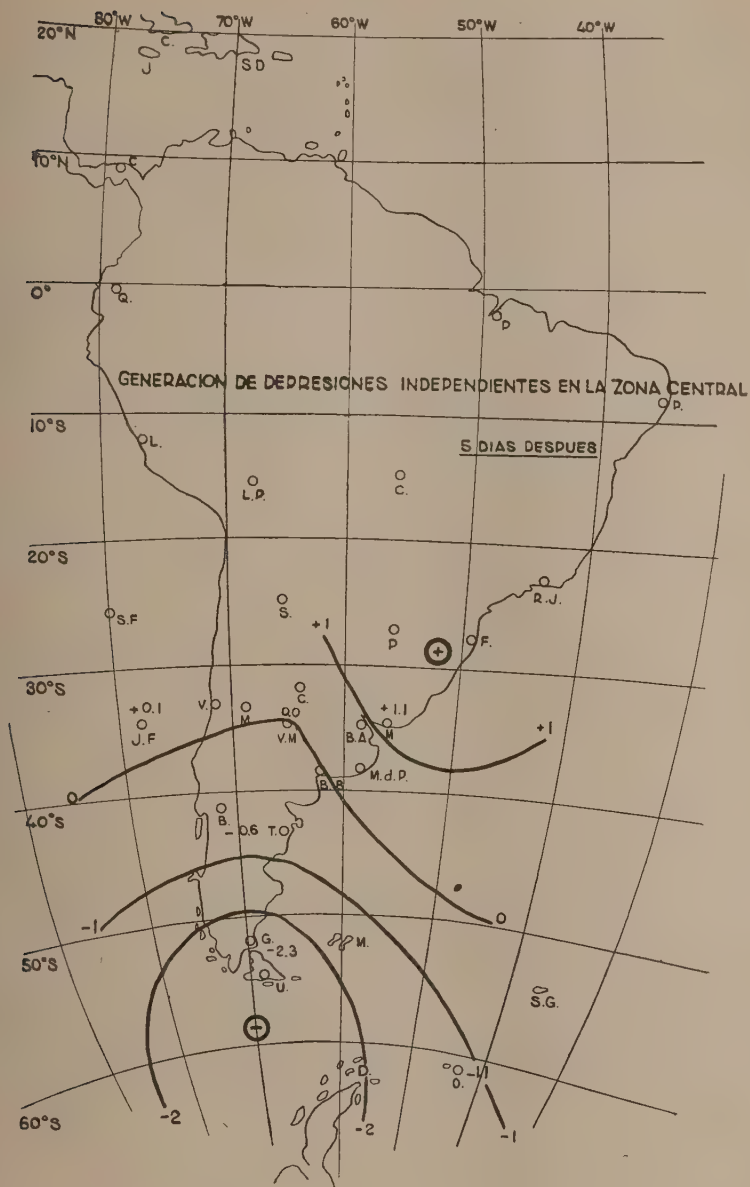
Con los valores promedios de los apartamientos con respecto a la media decadal, correspondientes a cada día, desde 7 antes hasta 12 días después, se constituyeron cartas que mostraban la marcha y evolución de las áreas de exceso y defecto. Por razones de espacio no se incluyen todas, se agregan solamente las más representativas, pero el lector si lo desea, puede confeccionarlas con la ayuda del cuadro de valores que se adjunta al presente trabajo.

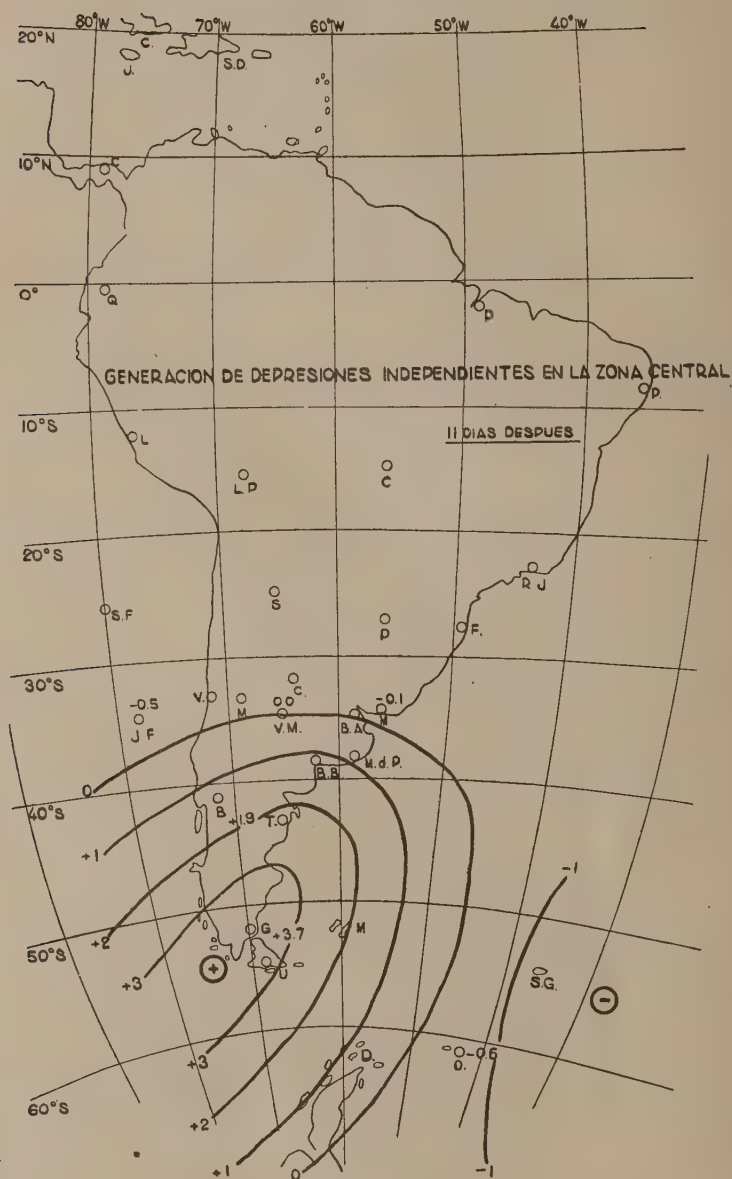
La descripción de la situación barométrica, día por día, puede resumirse así:

- día — 3: área de exceso sobre la zona central argentina ($+1,6$ m.m.).
- día — 2: el área de exceso corrida sobre la costa atlántica, latitud 45°S y longitud 60°W , intensidad aproximada $+2,5$ m.m.
- día — 1: el área de exceso centrada en lat. 48°S y long. 62°W , intensificada a $+4,5$ m.m. Un área de defecto sobre el Pacífico en lat. 35°S y long. 85°W , aproximadamente de -2 m.m.
- día 0: área de defecto sobre la zona central mediterránea argentina, lat. 30°S y long. 65°W , intensidad $-4,8$ m.m. El área de exceso está al sur de Tierra del Fuego y parece extenderse de océano a océano.
- día 1: el área de defecto de lat. 28°S y long. 50°W , intensidad aproximada -3 m.m. El área de exceso en el Pacífico austral en lat. 55°S y long. 80°W , intensidad $+4$ m.m.
- día 2: el área de defecto sobre el Atlántico en lat. 30°S y long. 42°W , intensidad $-1,5$ m.m. El área de exceso extendiéndose sobre la Argentina con centro sobre el Chubut, intensidad $+1,6$ m.m.

- día 3: el área de exceso (+0.7 m.m.) sobre el norte argentino. Un área de defecto comienza a aparecer en el Pacífico austral latitud 55°S (—1.5 m.m.).
- día 4: el área de defecto se ha extendido hacia las Orcadas, intensidad aproximada —2 m.m.
- día 5: el área de exceso situada sobre Río Grande del Sur en Brasil, aproximadamente +1.5 m.m. El área de defecto se encuentra ahora mejor caracterizada al sur de Tierra del Fuego (—3 m.m. aproximadamente).
- día 6: el área de defecto está al sur de las Malvinas en lat. 55°S, intensidad unos —3 m.m.
- día 7: aparece otra área de defecto en el Pacífico Sur (—2 m.m.) latitud 60°S.
- día 8: el área de defecto sobre Tierra del Fuego, intensidad —2.7 m.m. Un área de exceso se manifiesta sobre Orcadas (+2.2 m.m.).
- día 9: el área de defecto entre Gallegos y Malvinas (—2.6 m.m.). Exceso sobre Orcadas, +2 m.m.
- día 10: un área de defecto sobre la región central argentina, —1.2 m.m. Comienza a manifestarse una zona positiva en el sur del Pacífico, lat. 55°S.
- día 11: el área de exceso avanza sobre la Argentina y está contratada sobre el sudoeste de Santa Cruz, aproximadamente +4 m.m. El área de defecto parece haberse corrido hacia el sur del Brasil.
- día 12: el área de exceso sobre el norte de Santa Cruz y abarca toda la República, intensidad en el centro +2.5 m.m. Hay un defecto de —1.7 m.m. en la presión de Orcadas.

El lector podrá notar en el gráfico agregado que el proceso indicado es prácticamente coincidente con lo visto para los trenes ciclónicos e invasiones de aire polar, lo que equivale a decir que tenemos así encontrado un método para determinar las perspectivas del tiempo a largo plazo.





EVOLUCION DE LA PRESION EN RIO GALLEGOS SEGUN DIFERENTES PUNTOS DE PARTIDA

milímetros

En base a invasiones
de aire polar

15

0 días antes

0 días después

milibares

En base al primer ciclón
del frente polar

0 días antes

0 días después

milímetros

En base a depresiones
independientes de
zona central

0 días antes

0 días después

GÉNESIS Y SECUENCIAS DE LAS DEPRESIONES INDEPENDIENTES DE LA ZONA CENTRAL
APARTAMENTOS CON RESPECTO A LAS MEDIAS DECADALES DE LA PRESIÓN

Primavera (Septiembre-Octubre-Noviembre)

Días	Juan Fernández	Villa Mercedes	Montevideo	Esquel	Río Gallegos	Orcadas
— 7	— 1,1	— 0,4	— 2,0	— 1,1	— 2,8	— 0,3
— 6	— 0,3	— 0,7	— 1,6	— 1,7	— 2,3	+ 0,3
— 5	0,0	+ 0,6	— 0,9	+ 1,0	+ 0,3	— 0,1
— 4	+ 1,0	+ 2,3	0,0	+ 0,5	+ 0,1	+ 1,0
— 3	+ 0,8	+ 1,6	+ 0,2	+ 1,0	+ 0,3	+ 0,7
— 2	+ 0,1	+ 1,2	+ 1,6	+ 1,3	+ 2,3	— 1,4
— 1	— 1,7	+ 0,5	+ 2,8	— 0,2	+ 4,1	— 1,9
0	— 0,6	— 4,6	+ 0,7	— 1,5	+ 2,1	+ 2,5
1	+ 1,3	+ 0,2	— 2,0	+ 1,8	+ 3,6	+ 1,4
2	+ 0,5	+ 1,1	— 0,6	+ 1,6	+ 1,2	+ 0,3
3	— 0,1	+ 0,4	0,0	— 0,4	— 1,2	— 0,5
4	+ 0,5	+ 0,4	— 0,5	— 0,4	— 1,1	— 1,3
5	+ 0,1	0,0	+ 1,1	— 0,6	— 2,3	— 1,1
6	— 0,3	+ 0,8	+ 0,5	— 0,6	— 2,3	— 1,0
7	— 0,4	— 0,5	+ 0,3	— 0,9	— 1,9	— 1,3
8	+ 0,8	— 0,3	— 0,1	— 1,4	— 2,7	+ 2,2
9	+ 1,0	— 1,3	— 1,0	— 1,0	— 2,6	+ 2,0
10	— 0,6	— 1,2	— 0,4	0,0	— 0,4	+ 0,8
11	— 0,5	0,0	— 0,1	+ 1,9	+ 3,7	— 0,6
12	0,0	+ 1,2	+ 0,8	+ 2,0	+ 2,2	— 1,7

FORMACIÓN DE CICLONES DINÁMICOS EN EL NORTE DEL LITORAL

El tiempo, en las regiones situadas al sur de los 40°S es controlado principalmente por la secuencia de los trenes ciclónicos polares. La influencia de estos últimos se deja sentir aún en latitudes más bajas, pero aquí aparecen ya dos factores de perturbación que impiden la aplicación simple y directa de las reglas establecidas en base al mencionado proceso de los ciclones.

Los dos factores de perturbación indicados son:

- a) la generación de depresiones térmicas independientes en la zona mediterránea central
- b) la generación de ciclones dinámicos en el norte del litoral.

En el presente capítulo se abordará este último punto.

Se siguió un proceso de investigación en un todo análogo a los aplicados anteriormente, es decir, seleccionar las fechas de comienzo del fenómeno en estudio y luego anotar las observaciones de la presión en los días antes y después, haciendo luego los promedios por fecha relativa. En nuestro caso particular el lapso de tiempo fué elegido entre 15 días antes y 5 días después.

Dos circunstancias fueron estudiadas para tener resultados comparativos, una cuando el frente frío que había avanzado hasta el Uruguay se incurvaba y daba lugar a un ciclón dinámico, y la otra cuando dicho frente frío proseguía su camino hacia el Brasil conservando su naturaleza originaria.

La marcha de la presión fué estudiada en 7 estaciones en el primer caso (ciclón dinámico):

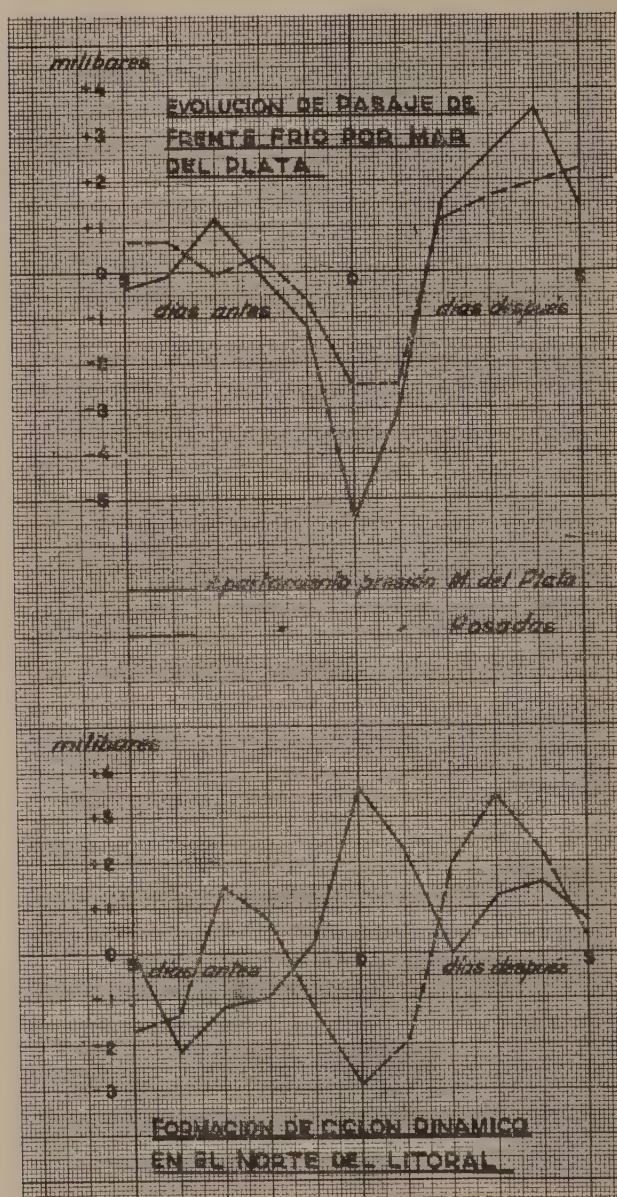
Posadas
Salta
Mar del Plata
Villa Mercedes
Juan Fernández
Río Gallegos
Orcadas

y en las cinco estaciones en el segundo (frente frío en evolución normal:

Posadas
Mar del Plata
Villa Mercedes
Juan Fernández
Río Gallegos.

Los cuadros agregados resumen los resultados conjuntos de enero a diciembre de 1940, y comprenden 18 formaciones de ciclones, y 19 frentes fríos respectivamente.

En ellos puede notarse que la marcha de la presión es más o menos acorde en todas las estaciones (salvo los pequeños intervalos de fase debidos a la distancia entre ellas) hasta 5 días antes. A partir de esa fecha, si se trata del paso de un frente frío común, la evolución del barómetro continúa en forma sincronizada, pero si ocurre la formación de un ciclón dinámico, las oscilaciones en Mar del Plata y en Posadas se defasan 180° fluctuando en oposición. El diagrama agregado aclara lo dicho.



Surge entonces, de la particularidad observada, que es posible prevenir la ocurrencia de los ciclones dinámicos. Si al seguir la marcha de la presión en Posadas y en Mar del Plata se observa una inversión en el sentido de la oscilación, del género que señala el gráfico, debe esperarse que tendrá lugar la formación de un ciclón dinámico. El día 0 corresponde al comienzo de la formación del seno en la línea frontal (principio de la formación del ciclón), y el día 2 a su pasaje a la menor distancia de Mar del Plata, es decir que el método permite preverlo con unos 4 días de anticipación. En la carta agregada puede verse la trayectoria media de este tipo de perturbaciones, el día 0 nace sobre Formosa, llegando un día después al Uruguay, y el día 2 se encuentra sobre el Atlántico a unas 400 millas al este de Buenos Aires.

MARCHA DE LA PRESIÓN LIGADA A PASAJES DE FRENTE FRÍOS SOBRE MAR DEL PLATA (19 CASOS EN 1940)

Apartamientos con respecto a la media del año

Días	Posadas	Mar del Plata	Villa Mercedes	Juan Fernández	Río Gallegos	Dif. Pres. Posadas-Mar del Plata
15	-0,9	0,0	-0,3	-0,3	-2,8	-1,9
14	-2,1	+0,2	0,0	+0,9	-0,7	-3,3
13	+0,3	-0,7	+2,5	+0,9	+2,0	0,0
12	+1,7	+0,4	0,0	-0,6	+1,2	+0,3
11	+0,4	+0,5	-1,6	-2,3	+2,3	-1,1
10	-0,5	+0,7	-1,7	-1,4	+3,4	-2,2
9	-0,8	-0,2	+1,2	-0,4	+0,5	-1,6
8	+0,3	+0,1	+0,1	-1,4	-0,8	-0,8
7	0,0	-0,8	0,0	-1,1	-3,2	-0,2
6	-0,1	-0,8	-0,3	+0,2	-0,1	-0,3
5	+0,6	-0,4	+0,2	+0,4	-0,7	0,0
4	+0,6	-0,1	-1,3	+0,3	-1,4	-0,3
3	-0,1	+1,1	-0,6	-0,3	+0,9	-2,2
2	+0,3	-0,1	-2,8	-1,6	-3,5	-0,6
1	-0,6	-1,2	-4,2	-2,2	-5,6	-0,4
0	-2,5	-5,4	-4,4	+1,3	-0,1	+1,9
1	-2,5	-3,0	+4,2	+4,0	+2,3	-0,5
2	+1,1	+1,5	+3,3	+2,2	+2,1	-1,4
3	+1,6	+2,5	+2,2	+1,1	+2,4	-1,9
4	+1,9	+3,5	+2,3	+0,7	+1,2	-2,6
5	+2,2	+1,4	+0,6	+0,5	-0,1	-0,2

Se han incluido cartas demostrativas de la distribución de los apartamientos con respecto a la media del año correspondiente a diversas situaciones de los dos casos considerados. En ellas es factible ver que en el caso de generación de un ciclón dinámico el área de defecto se forma en el norte argentino, mientras el exceso de presión demora en el sur y se extiende luego hacia el norte y esté abrazando en semicírculo al área ciclónica.

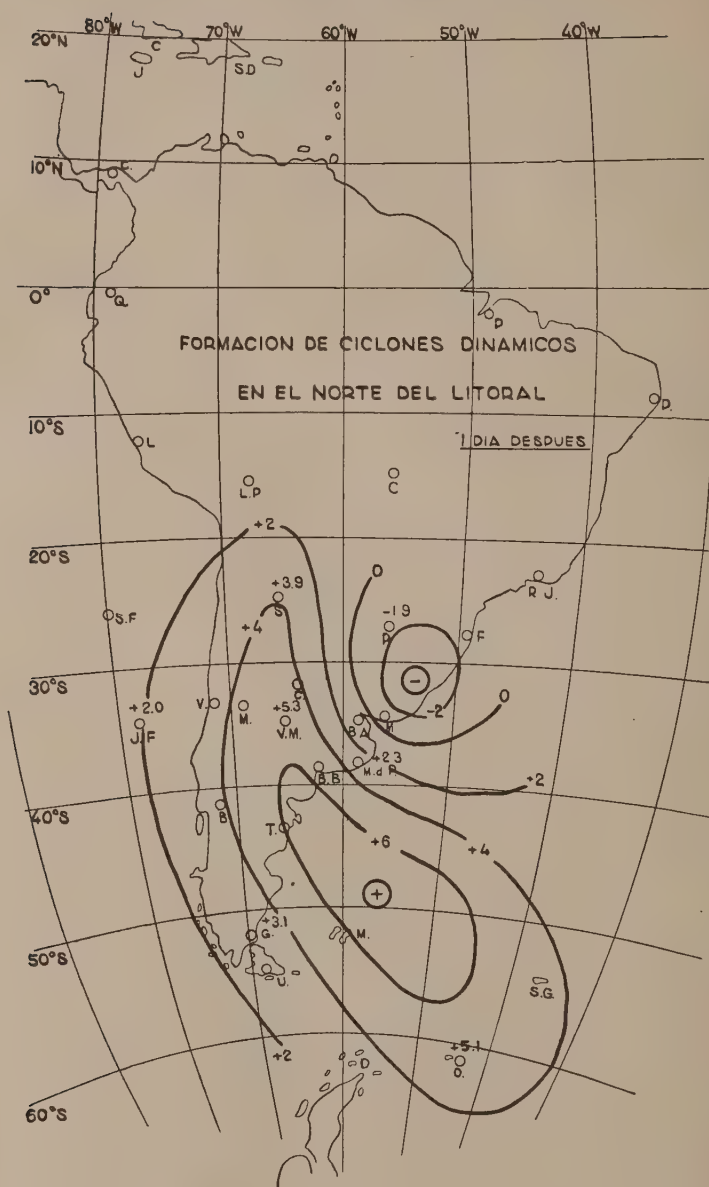
En el caso del frente frío normal al área de defecto demora al este de la de exceso, mientras esta última pareciera «empujarla» hacia el acéano.

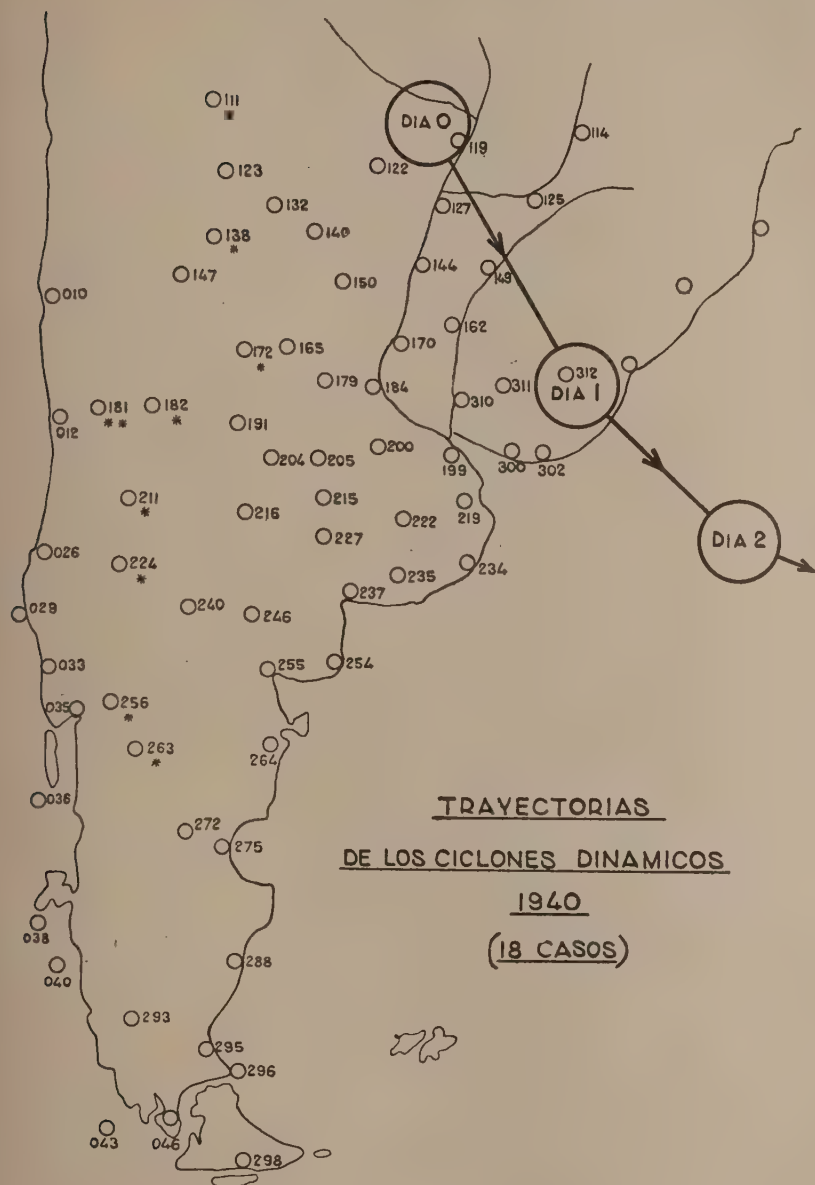
Debe hacerse notar que en las dos condiciones ocurre el paso del frente frío sobre Mar del Plata, pero si bien en uno prosigue su comportamiento normal, en el otro tiene lugar luego la invasión y la consiguiente formación del ciclón dinámico.

EVOLUCIÓN DE LA PRESIÓN LIGADA A LA FORMACIÓN DE CICLONES DINÁMICOS EN EL NORTE DEL LITORAL (18 CASOS EN 1940)

Apartamientos on respecto a la media del año

	Días	Posadas	Mar del Plata	Villa Mercedes	Salta	Juan Fernández	Río Gallegos	Orcadas	Dif. Pres. Posadas-Mar del Plata
días antes	15	+ 0,4	— 0,2	0,0	— 1,2	— 0,4	— 2,6	+ 3,0	+ 0,2
	14	0,0	+ 0,1	— 1,4	— 0,3	— 1,5	— 2,4	+ 0,8	— 0,5
	13	— 0,3	— 0,2	— 1,1	— 0,5	— 0,1	— 2,1	— 1,2	— 0,5
	12	+ 0,1	— 0,5	+ 0,3	— 0,2	+ 1,6	+ 4,4	— 1,5	+ 0,2
	11	+ 0,2	— 0,6	+ 0,7	— 0,2	+ 0,9	— 3,6	+ 5,2	+ 0,4
	10	0,0	— 1,8	— 1,3	— 0,9	+ 0,3	— 3,7	— 1,5	+ 1,4
	9	— 1,1	— 1,5	— 1,1	— 1,2	— 0,5	— 7,4	— 0,4	0,0
	8	— 0,9	— 2,6	— 3,4	— 3,0	— 0,5	— 4,7	— 1,2	+ 1,3
	7	0,0	— 0,7	+ 0,5	— 0,3	+ 1,4	— 0,3	— 4,3	+ 0,3
	6	+ 0,9	+ 1,3	+ 1,1	+ 0,5	+ 0,7	+ 1,7	— 1,4	— 0,8
	5	— 1,6	+ 0,1	— 2,4	— 2,3	— 0,5	— 2,7	— 0,2	— 2,1
	4	— 1,4	— 2,1	+ 0,9	— 0,1	+ 0,5	+ 0,9	— 1,4	+ 0,4
	3	+ 1,5	— 1,1	— 1,4	0,0	— 1,5	— 2,3	+ 1,9	+ 2,2
	2	+ 0,8	— 0,9	— 2,7	— 2,8	— 3,1	+ 3,6	— 7,0	+ 1,3
	1	— 1,2	+ 0,4	— 0,5	— 2,1	+ 0,1	+ 8,5	— 3,2	— 2,0
	0	— 2,8	+ 3,7	+ 4,4	+ 0,7	+ 3,2	+ 8,1	— 0,2	— 6,9
días después	1	— 1,9	+ 2,3	+ 5,3	+ 3,9	+ 2,0	+ 3,1	+ 5,1	— 4,6
	2	+ 2,0	0,0	+ 3,8	+ 5,4	+ 1,6	+ 2,9	+ 4,3	+ 1,6
	3	+ 3,5	+ 1,3	+ 1,1	+ 3,3	0,0	— 0,7	— 1,7	+ 1,8
	4	+ 2,3	+ 1,6	0,0	+ 1,6	— 3,9	+ 1,1	+ 2,5	+ 0,3
	5	+ 0,3	+ 0,7	— 1,8	— 1,3	— 0,8	— 1,2	+ 2,5	— 0,8





Algunas veces no se trata de un verdadero ciclón dinámico, sino de una circulación ciclónica atenuada resultante de una baja presión a la altura de los 20°S - 25°S y un anticiclón sobre las costas de Buenos Aires, que provoca vientos del este sobre Uruguay y zona sur del Brasil acompañados, en ocasiones, de lluvias o lloviznas.

A los efectos de la utilización de las observaciones en la determinación de las perspectivas del tiempo, puede utilizarse la diferencia entre la presión en Posadas y la presión en Mar del Plata, haciendo luego la media móvil de 3 días de esas diferencias a fin de eliminar los casos accidentales. Se ha agregado a los cuadros las indicadas diferencias de presión entre Posada y Mar del Plata (Valores naturales) que muestra la evolución para el caso de pasajes de frentes fríos normales y de formación de ciclones dinámicos.

Debe observarse en las cartas de formación de los ciclones, que estos ocurren con presión marcadamente más elevada que la normal en Río Gallegos, es decir, en las épocas en que se registran las grandes invasiones de aire polar que siguen al tren de ciclones polares. Podemos, entonces, utilizar dicha circunstancia en la determinación de perspectivas del tiempo en lo que se refiere a las épocas que son más favorables para la ocurrencia de tal tipo de perturbaciones.

Además, si se tiene en cuenta que en invierno la influencia de las invasiones de aire polar se deja sentir hasta latitudes más bajas que en verano, surge de ello que los ciclones dinámicos serán más frecuentes de abril a octubre que de noviembre a marzo.

En verano la diferencia media de presión Posadas-Mar del Plata es de unos -2 mb. , en invierno -1 mb.

Buenos Aires, marzo de 1944.

SOBRE REPRESENTACION ASINTOTICA DE FUNCIONES MEDIANTE INTEGRALES

POR

J. C. VIGNAUX

INTRODUCCIÓN. — Se debe a H. Poincaré ⁽¹⁾ la importante teoría de la representación asintótica de las funciones $f(z)$ reales o complejas, mediante series de potencias del tipo:

$$f(z) \sim \sum_0^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$$

Su extensión a las series dobles de potencias asintóticas

$$f(t, w) \sim \sum_0^{\infty} \sum_0^{\infty} \frac{a_{m,n}}{z^m \cdot w^n}$$

y a las series simples y dobles de Dirichlet asintóticas

$$f(s) \sim \sum_1^{\infty} \frac{a_n}{n^s} \quad \text{y} \quad f(s, t) \sim \sum_1^{\infty} \sum_1^{\infty} \frac{a_{m,n}}{m^s \cdot n^t}$$

pueden verse en nuestros trabajos anteriores.

Todas estas representaciones asintóticas de funciones por medio de series están comprendidas, como caso particular, en una nueva representación asintótica de funciones de una y de varias variables que he propuesto, mediante integrales de Laplace ⁽²⁾

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx \quad \text{y} \quad f(z, w) \sim \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-xz-yw} \varphi(x, y) dx dy.$$

(1) Véase la bibliografía al final de este trabajo.

(2) J. C. VIGNAUX, a) *Sobre integrales de Laplace asintóticas*. Anales de la Soc. Científica Argentina, t. CXXVI, pág. 1-18; b) *Sugli integrali di Laplace asintotici*. Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei, t. V, Roma 1939.

Esta representación constituye, además, una generalización al *continuo* de las representaciones mediante series de los tipos anteriores

La presente memoria tiene por objeto continuar estas investigaciones. Propongo algunos resultados y varias generalizaciones, así como también otras representaciones asintóticas.

Comprende tres Capítulos:

En el I Cap. se estudia la representación asintótica por medio de una integral de Laplace y se dan nuevos resultados. Luego se establece la relación que existe entre la transformación de Laplace convergente y su representación asintótica, demostrando un teorema de *permanencia*. Se proponen demostraciones simples de los teoremas de Horn relativos al producto de dos transformadas y se dan otros nuevos; se define el *cociente de dos transformadas* y finalmente se establece su relación con la representación asintótica.

En el II Cap. se introduce la representación asintótica mediante integrales de Laplace-Stieltjes, la cual contiene como caso particular, no solamente la representación mediante integrales de Laplace sino también la representación por series de potencias y series de Dirichlet simples y dobles.

Después de generalizar los resultados del Cap. anterior; finaliza éste con la representación asintótica de las funciones de dos variables mediante integrales dobles de este tipo.

Finalmente, en el III Cap. nos ocupamos de la representación asintótica mediante integrales de Stieltjes del tipo:

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} \frac{\varphi(x)}{x+z} dx \quad \text{y} \quad f(z) \sim \int_0^{\infty} \frac{d\psi(x)}{x+z}$$

y termina el trabajo con el estudio de la *integral doble* de Stieltjes

$$f(z, w) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{d_x d_y \varphi(x, y)}{(z+x)(w+y)},$$

convergente y asintótica.

CAPITULO I

I. — LA INTEGRAL DE LAPLACE ASINTOTICA

2. **Definición.** — Dada la función $f(z)$ holomorfa⁽¹⁾ de la variable compleja z , en el semiplano $R(z) > 0$; diremos que la integral de Laplace

$$\int_0^{\infty} e^{-zt} \varphi(t) dt,$$

convergente o divergente, *representa asintóticamente la función $f(z)$, si la expresión*

$$E_a(z) = e^{az} \left[f(z) - \int_0^a e^{-zt} \varphi(t) dt \right] \quad (a > 0) \quad [1]$$

tiende a cero cuando $R(z) \rightarrow +\infty$, para todo valor positivo de a .

La función $\varphi(x)$ debe estar definida para todo valor positivo de x e integrable en todo intervalo positivo.

La relación [1] se puede escribir en la forma siguiente:

$$f(z) = \int_0^a e^{-zt} \varphi(t) dt + E_a(z)$$

donde: $E_a(z) \rightarrow 0$ para $R(z) \rightarrow +\infty$, y la indicaremos mediante la notación siguiente

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-zt} \varphi(t) dt.$$

Teorema de unicidad. — La representación asintótica de una función $f(z)$, si existe, es única en virtud del teorema siguiente:

Si $\xi(x)$ es función real de la variable real positiva x , finita para $x < +\infty$ y tal que existe un intervalo $(0, \alpha)$ en el cual $\xi(x)$ tenga signo constante ($\xi(x) > 0$) y $\int_0^a \xi(x) dx > 0$, no puede ser

$$0 \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \xi(x) dx$$

⁽¹⁾ La mayor parte de las conclusiones que siguen valen también si se supone que $f(z)$ es función real o compleja de la variable real positiva z .

En efecto; elegido $a \geq \alpha$ y fijado arbitrariamente α_1 , tal que $0 < \alpha_1 < \alpha$ y $\int_0^{\alpha_1} \xi(x) dx > 0$; se tiene, para z real > 0 ,

$$\int_0^a e^{-xz} \xi(x) dx = \left\{ \int_0^{\alpha_1} + \int_{\alpha_1}^a + \int_a^a \right\} (e^{-xz} \xi(x) dx)$$

por tanto; según la hipótesis que $\xi(x) \geq 0$, en (α_1, α) y que $\xi(x)$ sea finita en (α, a) , se tiene:

$$\int_0^a e^{-xz} \xi(x) dx \geq e^{-\alpha_1 z} \int_0^{\alpha_1} \xi(x) dx - e^{-\alpha z} \int_{\alpha}^a \xi(x) dx$$

Llamando con M y N respectivamente los valores de las dos integrales del segundo miembro, se tiene

$$e^{az} \int_0^a e^{-xz} \xi(x) dx > e^{(a-\alpha_1)z} [M - e^{-(\alpha-\alpha_1)z} N];$$

siendo $\alpha - \alpha_1 > 0$, para z suficientemente grande

$$M - e^{-(\alpha-\alpha_1)z} N > \frac{1}{2} M;$$

luego

$$\lim_{z \rightarrow \infty} e^{az} \int_0^a e^{-xz} \xi(x) dx = \infty$$

Si ahora suponemos que

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx, \quad f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \psi(x) dx$$

resulta, según teorema II (pág. 31)

$$0 \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} [\varphi(x) - \psi(x)] dx. \quad [3]$$

De aquí se concluye

$$\varphi(x) - \psi(x) = 0,$$

en efecto; poniendo

$$\varphi(x) - \psi(x) = \xi_1(x) + i \xi_2(x) \quad (i^2 = -1)$$

las funciones $\xi_1(x)$, $\xi_2(x)$ siendo, por hipótesis, analíticas regulares para $x \geq 0$, si son $\neq 0$, satisfacen, a menos del signo, a las condiciones del teorema anterior, en contra de la [3].

3. Operaciones fundamentales. — Vamos a demostrar cuáles son las operaciones fundamentales que se pueden efectuar sobre las integrales asintóticas.

Teorema I. — Si

$$[1] \quad f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx, \quad g(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \psi(x) dx \quad [2]$$

se tiene

$$f(z) + g(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} [\varphi(x) + \psi(x)] dx \quad [3]$$

y

$$m f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} m \varphi(x) dx, \quad [4]$$

donde m es un número cualquiera.

La demostración es inmediata.

Combinando estas dos propiedades, se obtiene la siguiente

$$m f(z) + n g(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} [m \varphi(x) + n \psi(x)] dx,$$

cualesquiera sean los números m y n .

Según esto, la representación asintótica constituye una operación funcional lineal.

Teorema II. — Con las mismas condiciones [1] y [2] se tiene

$$f(z) \cdot g(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \Phi(x) dx$$

donde

$$\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) \psi(x-t) dt = \int_0^x \psi(t) \varphi(x-t) dt$$

En efecto; de las hipótesis se tiene

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a(z) \cdot e^{-az} \quad (a > 0)$$

$$g(z) = \int_0^a e^{-xz} \psi(x) dx + F_a(z) e^{-az}$$

donde

$$E_a(z) \rightarrow 0, \quad F_a(z) \rightarrow 0 \quad \text{para} \quad R(z) \rightarrow +\infty.$$

De aquí resulta

$$f(z) \cdot g(z) = \int_0^a \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) \cdot e^{-yz} \psi(y) dx dy + \\ + \left[E_a(z) \int_0^a e^{-xz} \psi(x) dx + F_a(z) \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx \right] e^{-az} + E_a \cdot F_a e^{-2az}$$

Mediante la sustitución

$$x = t, \quad y = \xi - t,$$

llamando D el paralelogramo del plano (t, ξ) que tienen por vértices los puntos:

$$(0, 0), \quad (0, a), \quad (a, a), \quad (a, 2a)$$

$$\int_0^a \int_0^a e^{-(x+y)z} \psi(x) \cdot \varphi(y) dx dy = \iint_D e^{-\xi z} \varphi(t) \cdot \psi(\xi - t) d\xi dt.$$

Descomponiendo el dominio D mediante la recta que une los puntos $(0, a)$, (a, a) y llamando respectivamente con T_1 y T_2 los dos triángulos resultantes:

$$T_1 = (0, 0), \quad (0, a), \quad (a, a) \\ T_2 = (0, a), \quad (a, a), \quad (a, 2a)$$

resulta

$$\iint_{T_1} e^{-\xi z} \varphi(t) \psi(\xi - t) d\xi dt = \int_0^a d\xi \int_0^\xi e^{-\xi z} \varphi(t) \psi(\xi - t) dt \\ = \int_0^a e^{-\xi z} \Phi(\xi) d\xi.$$

$$\iint_{T_2} e^{-\xi z} \varphi(t) \psi(\xi - t) d\xi dt = \int_a^{2a} e^{-\xi z} \lambda(\xi) d\xi,$$

donde se ha puesto

$$\lambda(\xi) = \int_{\xi-a}^a \varphi(t) \psi(\xi - t) dt.$$

Sustituyendo en [8], se obtiene (escribiendo nuevamente x en lugar de ξ)

$$e^{az} \left[f(z) g(z) - \int_0^a e^{-xz} \Phi(x) dx \right] = K(a, z)$$

con

$$K(a, z) = e^{az} \int_0^{2a} e^{-xz} \lambda(x) dx + E_a(z) \int_0^a e^{-xz} \psi(x) dx + \\ + F_a(z) \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a \cdot F_a \cdot e^{-az}.$$

Sea, en el intervalo $(0, a)$, $|\varphi(x)| \leq m$, $|\psi(x)| \leq m$; resulta

$$\left| \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx \right| < \int_0^a |\varphi(x)| dx \leq a m,$$

$$\left| \int_0^a e^{-xz} \psi(x) dx \right| \leq a m, \quad |\lambda(x)| \leq a m^2.$$

Indicando con α un número tal que:

$$a < \alpha < 2a,$$

se tiene

$$\left| e^{a\alpha} \int_a^{2a} e^{-xz} \lambda(x) dx \right| \leq \left| \int_a^\alpha e^{(a-x)z} \lambda(x) dx \right| + \left| \int_\alpha^{2a} e^{(a-x)z} \lambda(x) dx \right| <$$

$$< (\alpha - a) a m^2 + e^{-(\alpha-a)R(z)} (2a - \alpha) a m^2.$$

Por tanto

$$|R(\alpha, z)| < a m^2 [(\alpha - a) + a e^{-(\alpha-a)R(z)}] + a m (E_a + F_a) + E_a F_a e^{-a\alpha}$$

Para cada valor fijado de α , resulta, para $R(z) \rightarrow \infty$ que

$$\overline{\lim} |R(\alpha, z)| < a m^2 (\alpha - a)$$

y como se puede tomar $\alpha - a$ arbitrariamente pequeño, se concluye que

$$\lim_{R(z) \rightarrow \infty} |K(\alpha, z)| = 0.$$

Resulta de este modo demostrado el teorema. Combinando los teoremas I y II, se obtiene el

Teorema III. — Se tiene

$$f(z) [g(z) + m] \sim \int_0^\infty e^{-xz} \left(m \varphi(n) + \int_0^x \varphi(t) \psi(x-t) dt \right) dx$$

cualquiera sea el número m .

Recíprocamente, se tiene el

Teorema IV.

$$\frac{f(z)}{g(z) + m} \sim \int_0^\infty e^{-xz} \Phi_1(x) dx$$

donde $\theta_1(x)$ representa la solución de la ecuación integral del tipo Volterra.

$$\varphi(x) = m \Phi_1(x) + \int_0^x \Phi_1(t) \psi(x-t) dt.$$

Vamos a probar el siguiente

Teorema V. — Si

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx$$

resulta (para valores reales z, z_0, t)

$$\int_{z_0}^z f(t) dt = C - \varphi(0) \log \frac{z}{z_0} \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \frac{\varphi(0) - \varphi(x)}{x} dx$$

donde C representa una constante que depende del valor atribuido a z_0 .

Observemos ante todo que, siendo

$$\frac{1}{z} \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} dx,$$

la hipótesis se puede escribir también [Teorema I, (5)]

$$f(z) - \varphi(0) \frac{1}{z} \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} (\varphi(x) - \varphi(0)) dx,$$

o bien

$$f(z) - \varphi(0) \frac{1}{z} = \int_0^a e^{-xz} (\varphi(x) - \varphi(0)) dx + E_a \cdot e^{-az}$$

Por tanto, indicando con T un número positivo que puede tender a ∞ ,

$$\begin{aligned} \int_z^T \left(f(t) - \varphi(0) \frac{1}{t} \right) dt &= \int_z^T dt \int_0^a e^{-xt} (\varphi(x) - \varphi(0)) dx + a\varepsilon' (e^{-az} - e^{-aT}) \\ &= \int_0^a (e^{-xz} - e^{-xT}) \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x} dx + a\varepsilon' (e^{-az} - e^{-aT}) \end{aligned}$$

donde ε' representa un número, en valor absoluto no mayor del máximo valor absoluto de ε en el intervalo (z, T) . Haciendo tender $T \rightarrow \infty$, resulta:

$$\int_z^{\infty} \left(f(t) - \varphi(0) \frac{1}{t} \right) dt = \int_0^a e^{-xz} \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x} dx + \varepsilon'' e^{-az}$$

donde ε'' tiende a 0 al mismo tiempo que ε . De aquí, resulta finalmente

$$\begin{aligned} & \int_{z_0}^{\infty} \left(f(t) - \varphi(0) \frac{1}{t} \right) dt - \int_z^{\infty} \left(f(t) - \varphi(0) \frac{1}{t} \right) dt = \\ & = \int_{z_0}^z \left(f(t) - \varphi(0) \frac{1}{t} \right) dt = \int_{z_0}^z f(t) dt - \varphi(0) \log \frac{z}{z_0} \\ & = C - \int_0^z e^{-xz} \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x} dx + \varepsilon'' e^{-az}, \end{aligned}$$

que demuestra la proposición.

Inversamente, se tiene el

Teorema VI. — Si cada una de las funciones $f(z)$, $f'(z)$ tiene representación asintótica, es decir:

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx, \quad f'(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \psi(x) dx,$$

se tiene

$$\psi(x) = -x \varphi(x)$$

En efecto; si en la [11] se escribe en el lugar

$$f(z), \quad \varphi(x), \quad \int_{z_0}^z f(t) dt, \quad \varphi(0)$$

respectivamente

$$f'(z), \quad \psi(x) = -x \varphi(x), \quad f(z) + C, \quad 0 = \psi(0)$$

resulta entonces

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx.$$

4. Propiedades. — Veamos algunas propiedades.

Teorema VI. — Si

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx$$

se tiene entonces

$$f(kz) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi\left(\frac{x}{k}\right) \frac{dx}{k}$$

donde k es una constante positiva cualquiera.

Por hipótesis

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a(z) \cdot e^{-az}; \quad (a > 0)$$

reemplazando en esta relación z por kz ; se tiene

$$f(kz) = \int_0^a e^{-xkz} \varphi(x) dx + E_a(kz) \cdot e^{-akz} \quad (ak > 0) \quad [1]$$

y con el cambio de variable: $xk = t$, resulta

$$\int_0^a e^{-xkz} \varphi(x) dx = \int_0^{ak} e^{-zt} \varphi\left(\frac{t}{k}\right) \frac{dt}{k}.$$

Poniendo: $b = ak$, la [1] nos da

$$f(kz) = \int_0^b e^{-zt} \varphi\left(\frac{t}{k}\right) \frac{dt}{k} + E(kz) \cdot e^{-bz}$$

donde $E(kz) \rightarrow 0$ para $R(z) \rightarrow \infty$; lo cual prueba el teorema.

Teorema VII. — Si

$$f(z) \sim \int_0^\infty e^{-xz} \varphi(x) dx$$

y existe la derivada $\varphi'(x)$ en el intervalo $(0, a)$; se tiene también

$$f(z) \sim \int_0^\infty e^{-xz} \frac{1}{z} \varphi(x) dx,$$

si $\varphi(0) = 0$.

Por hipótesis

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a(z) \cdot e^{-az} \quad (a > 0),$$

y la integración por partes nos da

$$\int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx = -\frac{1}{z} \varphi(a) e^{-az} + \frac{1}{z} \int_0^a e^{-xz} \varphi'(x) dx$$

Luego la relación anterior se puede escribir

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \frac{1}{z} \varphi'(x) dx + F_a(z) e^{-az} \quad [1]$$

donde

$$F_a(z) = E_a(z) - \frac{1}{z} \varphi(a).$$

Como $F_a(z)$ tiende a cero cuando $R(z) \rightarrow +\infty$, la relación [1] prueba el teorema.

Teorema VIII. — Si

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx$$

se tiene

$$f(z + \lambda) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \frac{\varphi(x)}{e^{\lambda x}} dx$$

donde λ es un número cualquiera.

Por hipótesis

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a(z) \cdot e^{-az}, \quad E_a(z) \rightarrow 0;$$

reemplazando z por $z + \lambda$; resulta

$$f(z + \lambda) = \int_0^a e^{-x(z+\lambda)} \varphi(x) dx + E_a(z + \lambda) \cdot e^{-a(z+\lambda)}$$

Puesto que

$$\int_0^a e^{-x(z+\lambda)} \varphi(x) dx = \int_0^a e^{-xz} \cdot \frac{\varphi(x)}{e^{\lambda x}} dx$$

y $E_a(z + \lambda) \rightarrow 0$ cuando $R(z) \rightarrow +\infty$; la relación anterior prueba el teorema.

Teorema IX. — Si

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx$$

resulta entonces

$$e^{az} [f(z) - \Phi_a(z)] \rightarrow 0, \quad R(z) \rightarrow \infty \quad [1]$$

siendo

$$\Phi_a(z) = \sum_0^{\infty} (-1)^n \alpha_n(a) \frac{z^n}{n!},$$

con

$$\alpha_n(a) = \int_0^a x^n \varphi(x) dx$$

una trascendente entera, para cada valor de $a > 0$.

En efecto; por hipótesis

$$f(z) = \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx + E_a(z) e^{-az}; \quad [2]$$

además; se tiene

$$e^{-xz} = \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{(xz)^n}{n!}$$

y como la convergencia es uniforme para todo z del plano y x del intervalo $(0, a)$; resulta

$$\begin{aligned} \Phi_a(z) &= \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx = \int_0^a \varphi(x) \left(\sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{x^n z^n}{n!} \right) dx \\ &= \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n!} \int_0^a \varphi(x) x^n dx, \end{aligned}$$

es decir

$$\Phi_a(z) = \sum_0^{\infty} (-1)^n \alpha_n(a) \frac{z^n}{n!}$$

donde

$$\alpha_n(a) = \int_0^a x^n \varphi(x) dx.$$

De aquí, teniendo en cuenta la [2], resulta la relación [1].

Teorema X. — Si se verifica la relación

$$e^{az} [f(z) - \Phi_a(z)] \rightarrow 0 \quad R(z) \rightarrow 0 \quad [1]$$

siendo

$$\Phi_a(z) = \sum_0^{\infty} (-1)^n \alpha_n(a) \frac{z^n}{n!} \quad [2]$$

una trascendente entera para cada $a > 0$ y el problema de los momentos

$$\alpha_n(a) = \int_0^a x^n \varphi(x) dx \quad [3]$$

tiene solución; resulta entonces

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x) dx.$$

En efecto; la [2] se puede escribir teniendo presente la [3] en la forma siguiente

$$\begin{aligned}\Phi_a(z) &= \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n!} \int_0^a x^n \varphi(x) dx \\ &= \int_0^a \varphi(x) \left(\sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{(zx)^n}{n!} \right) dx = \int_0^a e^{-zx} \varphi(x) dx\end{aligned}$$

De aquí resulta el teorema.

Teorema XI. — Si es

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-zx} \varphi(x) dx,$$

entonces se tiene

$$\frac{f(z)}{z} \sim \int_0^{\infty} e^{-zx} \cdot F(x) dx$$

donde

$$F(x) = \int_0^x \varphi(t) dt.$$

En efecto; por hipótesis es, para cada $a > 0$,

$$f(z) = \int_0^a e^{-zx} \varphi(x) dx + E_a(z) \cdot e^{-az}; \quad [1]$$

y la integración por partes nos da

$$\int_0^a e^{-zx} \cdot \varphi(x) dx = \int_0^a e^{-zx} \cdot dF(x) = F(a) \cdot e^{-az} + z \int_0^a e^{-zx} F(x) dx,$$

puesto que $F(0) = 0$.

Según la [1], se puede escribir entonces

$$\frac{f(z)}{z} \rightarrow \int_0^a e^{-zx} F(x) dx = \varepsilon_a(z) e^{-az}$$

donde

$$\varepsilon_a(z) = \frac{1}{z} E_a(z) + \frac{1}{z} F(a),$$

que tiende a cero por $R(z) \rightarrow +\infty$.

De aquí, teniendo en cuenta la [2], resulta la relación [1].

(Continuad)

SEMINARIO MATEMATICO «DR. CLARO C. DASSEN»

Durante el mes de junio, se han celebrado en el local de la Sociedad Científica Argentina, cuatro reuniones en el Seminario Matemático Dr. Claro C. Dassen, que funciona bajo la dirección del ingeniero Rebuelto. Las reuniones tuvieron lugar los días 6, 12, 19 y 26 de junio, asistiendo, entre otros, los doctores Vignaux, Biggeri, Barral Souto, Di Cesare y Baidaff; ingenieros Bonanni, Varela Gil, Capelli y Rokonitz; profesor Valeiras; señores Seltzer, Kotlar, etc.

En la imposibilidad de reseñar con detalles todas las comunicaciones presentadas, algunas de las cuales serán objeto de nuevas exposiciones complementarias, indicaremos las siguientes, entre las que revisten mayor interés e importancia.

En la reunión del 5 de junio, el Dr. Biggeri dió a conocer, en breve resumen, algunos resultados generales y precisos, sobre diversos puntos de la teoría de funciones, a saber: nuevas propiedades de las funciones modulares elípticas (directa e inversa); extensión del segundo teorema de Picard a las funciones analíticas que poseen conjuntos densos de singularidades esenciales; nuevos teoremas sobre las rectas de Julia de las funciones analíticas uniformes con punto singular esencial aislado, etc. Por ejemplo, el Dr. Biggeri resuelve el siguiente problema: Sea $f(z)$ una función analítica, uniforme o no, en cierto conjunto de puntos del entorno de un punto, z_0 , singular. Supongamos que, z_0 sea punto de acumulación de puntos *regulares* de $f(z)$ y punto de acumulación de puntos *singulares* de $f(z)$, y que estos puntos *singulares* sean, a su vez, puntos de acumulación de puntos *singulares* de $f(z)$. ¿Bajo qué condiciones a imponer a la función $f(z)$, esta función $f(z)$ cumple la propiedad expresada por el segundo teorema de Picard, a saber: en todo entorno del punto z_0 , la $f(z)$ toma cualquier valor finito o infinito, prefijado, excepto, a lo sumo, eventualmente, dos valores? La condición restrictiva a imponer a $f(z)$, obtenida por el Dr. Biggeri, es muy general y sencilla. El Dr. Biggeri probó que, sin imponer a la función

$f(z)$ ninguna condición restrictiva, si z_0 es punto de acumulación de puntos *regulares* y de puntos *singulares no aislados*, no se cumple, en general, la conclusión del segundo teorema de Picard, aún en el caso que $f(z)$ posea la propiedad que expresa la conclusión del teorema de Weierstrass. Para probar esto, el Dr. Biggeri se basa en propiedades especiales de las funciones automorfas. Además, señaló el interés de relacionar este problema con los célebres resultados de Painlevé sobre las funciones analíticas con líneas de puntos singulares. Respecto de las rectas de Julia, dió condiciones suficientes, distintas de las que él mismo dió en trabajos ya publicados, para que una recta sea recta de Julia de una función analítica uniforme con punto singular esencial aislado. Más aún: dió condiciones suficientes para que todas las rectas del plano, sean rectas de Julia para funciones holomorfas y uniformes en el entorno de un punto singular esencial aislado, así como su generalización a las funciones analíticas, uniformes o no, en el entorno de un punto crítico y su generalización a las funciones analíticas, uniformes o no, en cierto conjunto de puntos del entorno de un punto singular, z_0 , siendo z_0 punto de acumulación de puntos regulares y punto de acumulación de singularidades no aisladas.

Como aplicación de sus teoremas, el Dr. Biggeri, dió ejemplos muy sencillos, empleando funciones «elementales», tales que, toda recta del plano es recta de Julia para tales funciones. Las condiciones suficientes obtenidas a este respecto por el Dr. Biggeri, se refieren a acotaciones inferiores de crecimiento, lo que hace diferir tales condiciones de las que se refieren a cuestiones de carácter lagunar.

En la sesión del 12 de junio, continuando con la exposición de sus trabajos, el Dr. Biggeri señala que las propiedades obtenidas por él en la teoría de la función modular, y dadas a conocer en la sesión anterior, se pueden aplicar, entre otras cosas, a demostrar brevemente el segundo teorema de Picard.

En la sesión del 19 de junio, el Dr. Biggeri recordó que en trabajos ya publicados en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina* y en el *Boletín Matemático*, había demostrado el teorema siguiente:

Si la función $f(z)$ satisface a las siguientes condiciones (que se le imponen para demostrar por reducción al absurdo el segundo teorema de Picard):

a) existe un cierto número fijo positivo, ρ , tal que, en todo punto finito del recinto $|z| > \rho$, $f(z)$ es uniforme y holomorfa;

b) en ningún punto finito del recinto $|z| > \rho$, se verifica:

$$f(z) = 0, \quad o, \quad f(z) = 1;$$

c) el punto $z_0 = \infty$ es singular esencial (aislado) para $f(z)$; entonces, cualquier determinación de cada una de las funciones:

$$g(z) = \frac{\log f(z)}{2\pi i} \quad ; \quad \alpha(z) = \frac{z^2 \cdot \overline{g'(z)}^2}{g(z) \cdot [g(z) - 1]} ;$$

$$\beta(z) = \frac{z^2 \cdot \overline{g'(z)}^2}{[g(z) - 1] \cdot [g(z) - 2]} \quad ; \quad \gamma(z) = \frac{\alpha(z)}{\beta(z)} ;$$

$$h(z) = \log [\sqrt{\log f(z)} + \sqrt{\log f(z) - 2\pi i}] \quad ;$$

o:

$$h(z) = \log [g(z) + \sqrt{g^2(z) - 1}] \quad ;$$

o:

$$h(z) = \log \frac{\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} - \sqrt{\log f(z)}}{\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} + \sqrt{\log f(z)}} \quad ;$$

o:

$$h(z) = \log [\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} - \sqrt{\log f(z)}] \quad ;$$

o:

$$h(z) = \text{Arg. Ch.} \left[a \cdot \frac{\log f(z)}{2\pi i} + b \right],$$

(siendo: $a \neq 0$, y , b , números reales o complejos cualesquiera, con $\frac{b \pm 1}{a}$ = entero); es uniforme en un entorno del punto $z_0 = \infty$.

El Dr. Biggeri demostró, además, en trabajos ya publicados, que de las hipótesis anteriores, a), b), y, c), impuestas a la $f(z)$, se deduce también que: $z_0 = \infty$ es singular esencial para cada una de las funciones $g(z)$, $\alpha(z)$, $\beta(z)$, $\gamma(z)$, y , $h(z)$.

Siguiendo en este orden de ideas de la uniformación de ciertas funciones analíticas, el Dr. Biggeri afirma haber logrado demostrar el siguiente teorema: *Supongamos que la función $f(z)$ satisfaga a las tres condiciones, a), b), y, c), del teorema anterior. En tales hipótesis, cualquier determinación de la función:*

$$v(f(z)),$$

siendo $v(w)$ la función inversa de la función modular elíptica, es uniforme en un entorno del punto $z_0 = \infty$.

El Dr. Biggeri probó también que de las tres hipótesis anteriores, $a)$, $b)$, y, $c)$, impuestas a la función $f(z)$, se deduce además que $z_0 = \infty$ es singular esencial para cada determinación de $\nu(f(z))$.

Del teorema anterior, dedujo el Dr. Biggeri, una nueva y breve demostración del segundo teorema de Picard. Héla aquí: supongamos que $f(z)$ satisfaga a las tres hipótesis, $a)$, $b)$, y, $c)$, de los teoremas anteriores. Formemos la función:

$$h(z) = e^{i\nu(f(z))}$$

Cualquiera que sea la determinación tomada para $\nu(f(z))$, según el teorema anterior, la función $h(z)$ es *uniforme*.

Por otra parte, se tiene:

$$|h(z)| = e^{-\gamma\nu(f(z))},$$

de donde:

$$|h(z)| < 1.$$

Luego, según el teorema de Riemann, $h(z)$ es holomorfa en el punto $z_0 = \infty$. Caben dos posibilidades: que $z_0 = \infty$ sea un *cero* para $h(z)$ o que no lo sea. Si $z_0 = \infty$ es un cero de $h(z)$, y llamando p a su orden de multiplicidad, ($p > 0$), se tiene:

$$\nu(f(z)) = p \cdot i \cdot \log z + \eta(z),$$

siendo $\eta(z)$ uniforme y holomorfa en $z_0 = \infty$, lo que es un absurdo, pues $\nu(f(z))$ es uniforme. Si $z_0 = \infty$ no es cero de $h(z)$, existe límite finito de $\nu(f(z))$, para $z \rightarrow \infty$, lo que también es un absurdo, por contradecir al teorema de Weierstrass.

En la sesión del 12 de junio, el Dr. Bernardo Baidaff presentó algunas consideraciones sobre la integral

$$\int \sqrt{\frac{x + \sqrt{1+x^2}}{1+x^2}} dx.$$

Informó que la obtuvo al margen de la lectura de una cuestión de trigonometría publicada en la Revista de Matemáticas y Físicas Elementales (Vol. I, 1919, pág. 131-133). A su vez esta cuestión se derivaba del estudio de una Memoria del Dr. Ramón G. Loyarte sobre «Las constantes de los imanes elementales de níquel y de hierro», publicada en las «Contribuciones al Estudio de las Ciencias Físicas y Matemáticas, Vol. II de la Serie Matemática, 1917, pág. 110. En la exposición actual, el Dr. Baidaff indicó la posibilidad de proceder a la integración de la expresión propuesta uti-

lizando varias sustituciones algebraicas; y también por medio de funciones trigonométricas o hiperbólicas. Además, señaló finalmente la existencia de un método más sencillo que los anteriores, sin sustituciones, empleando solamente recursos algebraicos elementales, y anunciando que oportunamente hará una exposición más detallada del mismo en el *Boletín Matemático*, de Buenos Aires.

En la sesión del 19 de junio, el Dr. Baidaff trató un interesante tema de carácter aritmético; la descomposición egipcia, de cualquier número racional, en fracciones de numerador igual a la unidad. Esta cuestión ha sido tratada en diversas ocasiones, por los historiadores de las Matemáticas, entre otros por Florián Cajori en «A History of Mathematics». Señaló que también se ocuparon de cuestiones afines con la que estaba exponiendo, los matemáticos Palamá, Mignoni, Padoa, Ciamberlini, Giuseppina Biggiogero, etc., en el *Bolletino di Matematica*; *Rendiconti del Seminario della Facoltà di Scienze della R. Università di Cagliari*; *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, y *Periodico di Matematica*, publicaciones en las cuales pueden seguirse las sucesivas investigaciones hechas sobre este asunto. Agregó después otras referencias encontradas en la obra de Sylvester, en el *Liber Abbaci* de Leonardo Pisani, y en un artículo de Bertolotti. Ultimamente — 1943 —, ha sido tocado de nuevo este problema en la «Historia de las Ideas Matemáticas» de Francisco Vera, tomo I, pág. 36 a 38.

Terminó presentando la relación

$$\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1} + \left| \begin{array}{cc} m & m_1 \\ n & n_1 \end{array} \right| \div n n_1$$

que puede generalizarse

$$\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} + \left| \begin{array}{ccc} m & m_1 & m_2 \\ n & n_1 & 0 \\ n & 0 & n_2 \end{array} \right| \div n n_1 n_2$$

.

$$\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} + \dots + \frac{m_p}{n_p} +$$

$$+ \left| \begin{array}{cccccc} m & m_1 & m_2 & \dots & m_p \\ n & n_1 & 0 & \dots & 0 \\ n & 0 & n_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & 0 & 0 & \dots & n_p \end{array} \right| \div n n_1 n_2 \dots n_p.$$

En la sesión del 12 de junio, el Dr. Vignaux presentó una breve comunicación « *Sobre las integrales asintóticas de Laplace* ».

Recordó que en un trabajo publicado en estos ANALES ⁽¹⁾ y en otros lugares ⁽²⁾ el autor introdujo la noción de representación asintótica de una función mediante una integral de Laplace divergente.

La función $f(z)$ está representada asintóticamente por la integral de Laplace, si la expresión

$$E_a(z) = e^{az} \left[f(z) - \int_0^a e^{-xz} \varphi(x) dx \right] \quad (a > 0)$$

tiende a cero cuando $R(z) \rightarrow \infty$.

En la presente comunicación se enuncian nuevas propiedades sobre esta representación, y se establece la relación que liga a las integrales de Laplace *convergentes* con las asintóticas en el sentido definido anteriormente.

Todos estos resultados se generalizan a las integrales dobles de Laplace del tipo

$$\int_a^\infty \int_0^\infty e^{-xz-yw} \varphi(x, y) dx dy,$$

estudiadas en otro lugar.

En la sesión del 19 de junio presentó una nueva comunicación « *Sobre la representación asintótica de funciones, por medio de integrales de Laplace-Stieltjes* ».

En un trabajo del autor, publicado en la *Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei*, Roma 1939, con el título *Sugli integrali di Laplace Asintotici*, ha precisado y generalizado varios resultados sobre representación de funciones mediante integrales de Laplace. En la presente comunicación da cuenta de los resultados obtenidos sobre las integrales asintóticas del tipo Laplace-Stieltjes

$$f(z) \sim \int_0^\infty e^{-xz} d\alpha(x).$$

(1) *Sobre integrales de Laplace asintóticas. Anales de la Sociedad Científica Argentina*. T. CXXVI, pág. 18, (1939).

(2) J. C. VIGNAUX. — *Sulla trasformazione di Laplace di due variabili*. R. Accademia Nazionale dei Lincei, Roma 1933; *Sur l'extension du théorème de Dirichlet aux intégrales doubles*. Bulletin. Soc. Sc. Liège, 1932; *Un teorema sulle integrali doppie di Laplace*, R. Accademia N. dei Lincei Roma, 1933. — C. BIGGERI, *Sobre las series e integrales dobles de Dirichlet*, Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Madrid (1933).

Esta representación asintótica contiene, como caso particular, la representación asintótica mediante series de Dirichlet ⁽¹⁾.

La resolución de varias cuestiones nuevas que plantea, serán motivo de otras comunicaciones en colaboración con el Sr. Mischa Cotlar.

En la sesión del 26 de junio, presentó el Dr. Vignaux varios teoremas nuevos *Sobre la transformada de la resultante de Laplace*.

Se llama *resultante* (« Faltung » según Doetsch) de dos funciones $\varphi(x)$ y $\psi(x)$ a la función definida así:

$$\delta(x) = \int_0^x \varphi(x-t) \psi(t) dt.$$

En esta comunicación, el autor da demostraciones simples y diferentes de los clásicos teoremas sobre la transformada del Faltung y propone otros nuevos.

Introduce además la noción de *integral oscilante de Laplace* y extiende el teorema de Horn relativo a dichas integrales.

Las comunicaciones del Sr. Mischa Cotlar, tuvieron lugar en las sesiones del 19 de junio y 26 de junio. En ellas resumió algunos resultados del trabajo que está desarrollando en colaboración con el Dr. J. C. Vignaux. Empezó recordando que en dos notas del año 1939 ⁽²⁾, este autor había introducido y estudiado las primeras propiedades de la integral de Laplace asintótica que define en esta forma:

$f(z)$ admite el desarrollo asintótico

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-zt} \varphi(t) dt$$

si se verifica para todo a :

$$\lim_{R(z) \rightarrow \infty} e^{az} \left[f(z) - \int_0^a e^{-zt} \varphi(t) dt \right] = 0 \quad [1]$$

Evidentemente, [1] es la extensión al campo continuo de la definición de Poincaré de serie de potencias asintóticas, del campo discreto. Así como al pasar de las series de potencias convergentes (campo discreto) a las integrales de Laplace convergentes (campo continuo), las particularidades de « continuo » originan difícil-

⁽¹⁾ J. C. VIGNAUX. — *Sur les séries simples et doubles asymptotiques de Dirichlet*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. París (1938).

⁽²⁾ *Rendiconti R. A. N. Lincei*, V. XXIX, serie 6, fasc. 8, pág. 396, y en los *Anales de la Sociedad Cient. Argentina* del mismo año.

tades y cuestiones que no se presentaban en el caso de las series, ocurre lo mismo con la integral asintótica [1].

En efecto, mientras que en el caso de las series asintóticas el problema de identidad y el de inversión, tienen solución inmediata por el llamado algoritmo de Stieltjes, esos problemas parecen ser mucho más complicados en el caso de la definición [1] y presentan un campo de estudio que no se tenía en el caso de las series. El siguiente cuadro comparativo indica las nuevas dificultades y cuestiones que se origin al pasar del discreto al continuo:

A) CONVERGENCIA ORDINARIA

	TEOREMA DE UNIDAD	TEOREMA DE INVERSIÓN	TEOREMA DE REPRESENTACIÓN
Series de potencias convergentes $f(z) = \sum a_n z^n$	1) Si $f(z) = \sum a_n z^n = \sum b_n z^n$ es $a_n = b_n$. Más general, si $f(z_n) = 0 \text{ y } z_n \rightarrow 0$ es $a_n = 0$, etc. . .	2) $a_n = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{f(z) - \sum_{n=1}^{n-1} a_n z^n}{z^n}$ $= \frac{1}{n!} f^{(n)}(0) = \int_c \frac{f(z) dz}{z^n}$	3) Toda $f(z)$ holomorfa en un círculo $ z < R$ admite la representación $f = \sum a_n z^n$
Integrales de Laplace convergentes: $f(z) = \int_0^\infty e^{-zt} \varphi(t) dt = L(\varphi)$	1a) $\int_0^\infty e^{-tz} \varphi dt = \int_0^\infty e^{-zt} \varphi_1 dt$ implica $\varphi = \varphi_1$. Más general se tiene el teorema de Lerch y otros, etc. . .	2a) Si $\varphi(t)$ es variación acotada se tiene la fórmula de Riemann $\varphi(t) = \int_{c+1\infty}^{c+i\infty} f e^{zt} dz$ y otras . . .	3a) No toda $f(z)$ holomorfa en semiplano admite una representación por integral de Laplace. Condiciones de Bernstein, Widder, etc.

B) CONVERGENCIA ASINTÓTICA

Series asintóticas $f(z) \sim \sum a_n z^n$	1b) La unicidad es consecuencia inmediata del algoritmo de Stieltjes	2b) $a_n = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{f(z) - \sum_{n=1}^{n-1} a_n z^n}{z^n}$ (algoritmo Stieltjes).	3b) El algoritmo de Stieltjes da la condición de representación.
Integrales asintóticas $f(z) \sim \int_0^\infty e^{-zt} \varphi(t) dt$	1c) Faltan teoremas análogos a 1a).	2c) Faltan análogos a la fórmula de Riemann y otras. ?	3c) Faltan análogos a las cuestiones 3a) ?

Como el trabajo está en elaboración no podrá todavía presentarse una solución más o menos completa de las cuestiones que sugiere este cuadro comparativo. Tan sólo se indicó el siguiente resultado que hemos obtenido en esta dirección:

TEOREMA: Si $f(z) \sim \int_0^\infty e^{-zt} \varphi(t) dt$ y $\varphi(t)$ es lipschitziana en todo intervalo finito $(0, R)$, se tiene la siguiente fórmula de inversión análoga a la de Riemann:

$$\varphi(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{c \rightarrow \infty} \int_{c-inT(c,t)}^{c+inT(c,t)} f(z) e^{zt} dz \quad [R_1]$$

En todo caso, si $\Phi(t) = \int_0^t \varphi dt$, se tiene

$$\Phi(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{c \rightarrow \infty} \int_{c-inT}^{c+inT} f \frac{(z)}{z} e^{zt} dz \quad [R_2]$$

De $[R_2]$ resulta en particular el teorema de unicidad: Si es

$$f(z) \sim L(\varphi_1) \quad \text{y} \quad f(z) \sim L(\varphi_2) \quad \text{es} \quad \varphi_1 = \varphi_2.$$

De este teorema podemos obtener una aplicación a las integrales de Laplace convergentes: si $f(z) = L(\varphi)$, se sabe que es limitado el orden de crecimiento de $f(z)$ para $z \rightarrow \infty$; podemos ahora completar esto, diciendo que tampoco $f(z)$ puede decrecer muy rápidamente, pues si fuera para todo a , $e^{az} f(z) \rightarrow 0$, sería $f(z) \sim L(\varphi_1)$ con $\varphi_1 = 0$, lo que en virtud del teorema anterior da $\varphi = \varphi_1 = 0 \therefore f(z) \equiv 0$. Este resultado presenta cierta analogía con un teorema de Wiman, generalizado por Carlemán (les f. quasi analytiques, Note 1).

Anunció una próxima exposición donde estudiará algunas cuestiones que se relacionan con el problema de Borel-Carleman para las integrales $[1]$ y que ponen aún más en evidencia que estas integrales abren un nuevo campo de estudio, realmente digno de atención.



PASAN LOS AÑOS...

A medida que pasan los años aumenta el número de profesionales y propietarios satisfechos de haber empleado este cemento portland cuya alta calidad uniforme garantiza construcciones sólidas, seguras y permanentes.

CALIDAD - SERVICIO - COOPERACION



COMPAÑIA ARGENTINA
DE CEMENTO PORTLAND

RECONQUISTA 44 - BUENOS AIRES • ROSARIO 191 - ROSARIO

COMPANIA DE SEGUROS
La Comercial e Industrial de Avellaneda
 SOCIEDAD ANONIMA

Incendio

Cristales

Avda. Mitre 429 (piso 1º) - Avellaneda — U. T. 22 - 7941 y 22 - 9138

C R I S T A L E R I A S
M A Y B O G L A S

Sociedad de Responsabilidad Limitada

CAPITAL \$ 1.000.000 m/n



ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO

BLOQUES PARA PISOS Y TABIQUES

Escritorio:
Caseros 3121
 U. T. 61-0212

Fabrica:
Tabaré 1630
 U. T. 61-3800



Av. R. SAENZ PENA 530 - BUENOS AIRES

*La más poderosa y
 difundida en el país.*

Seguros de Vida en vigor:

\$ 389.014.976 m/l.

Reservas Técnicas:

\$ 61.852.525 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923:

\$ 118.849.516 m/l.



S. A. TALLERES METALURGICOS SAN MARTIN

“TAMET”

abarca todos los ramos de la industria del hierro y del acero

Alambres en general
Artefactos sanitarios
Bulonería y afines
Calderas para calefac.
Radiadores para calefac.
Estufas
Caños y accesorios
Clavería y afines
Cocinas a gas
Cocinas a supergas
Cocinas económicas
Artículos de fibrocemento

Cacerolas y ollas
Columnas para alumbrado
Construcciones industriales
Construcciones metálicas
Galpones y tinglados
Chapas de hierro galvaniza-
do lisas y acanaladas
Hierros en general
Mecánica especial
Fundición
Tambores metálicos
etc. etc.

CHACABUCO 132

BUENOS AIRES

COMPAÑIAS ARGENTINAS DE SEGUROS
“LA ESTRELLA” S. A. Y “AMERICA”

**PARA SUS BIENES ASEGURABLES, LES OFRECEN SUS AMPLIAS GARANTIAS
CIMENTADAS EN SU LARGA TRAYECTORIA DE VIDA ASEGURADORA**

Teléfonos:
U. T. 31, 2747-2890-2727

471-SAN MARTIN-476
BUENOS AIRES

TALLERES
MARI

SOC. DE RESP. LTDA.

Capital \$ 160.000

PTE. LUIS SAENZ PEÑA 1835

U. T. 23 - 0584 - 5327

TODA MAQUINA PARA LA CONSTRUCCION:

**Moledoras - Mezcladoras - Hormigoneras - Guinches Giratorios - Baldes - Canastos, etc.
Elevadores de Materiales - Montacargas Eléctricos - Pescantes, plumas, plataformas, etc.**

MECANICA EN GENERAL:

Cualquier Repuesto para Automóviles y para Máquinas Industriales.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
 Agostini, María Carmen
 Albertoni, Juan L.
 Albizzati, Carlos M.
 Alessi, Juan M.
 Alvarez de Toledo, Bell-sario
 Allaria Amézaga, José A.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Amoretti, Alejandro R.
 Ansell, Carlos F.
 André, Enrique de
 Afión Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aragón, José María
 Arce, José
 Arce, Manuel J.
 Ardigó, Dante A.
 Arena, Antonio
 Arnaudo, Silvio J.
 Auderut Barbeito, Arturo
 Avila Méndez, Delfín
 Bachmann, Ernesto
 Bachofen, Elisa B.
 Baglietto, Eduardo E.
 Baidaff, Bernardo I.
 Balbiani, Atilio
 Ballani, Luis M.
 Bancalari, Agustín
 Bandoni, Alfredo J.
 Banfi, Roberto F.
 Barabino Amadeo, S.
 Bardin, Pablo P.
 Barral Souto, José
 Basciagli, Pablo Carlos
 Bazán, Pedro
 Becke, Alejandro von der
 Benigni, Benigno
 Beordi, Manuel A.
 Berjman, Elena
 Berrío, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Bertomeu, Carlos A.
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi, Domingo A. M.
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Bimbi, José L.
 Blanchard, Everard E.
 Blaquier, Juan
 Blasco, José
 Blaser, Florencio
 Boaglio, Santiago
 Böhlingk, Heriberto
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bonello, Roberto
 Bontempli, Luis
 Bordas, Alejandro F.
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Brady J. Cyrus T.

Briano, Juan A.
 Brunengo, Pedro
 Bulch, Radl
 Bula, Clotilde A.
 Buontempo, Guillermo
 Burkart, Arturo
 Busconi, Estela M.
 Busso, Eduardo B.
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Caillet Bois, Teodoro
 Canale, Humberto
 Cánepa, Enrique P.
 Capelli, Pedro F.
 Capurro, Roberto H.
 Carabelli, Juan José
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Oárdenas, Emilio F.
 Carelli, Humberto H.
 Caride Maasini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carniglia, José
 Casacuberta, Antonio
 Casal, Pedro Segundo
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Ceppi, Héctor
 Cernuschi, Félix
 Cerri, Italo Américo
 Cicchini, Adulio A.
 Cimaschi, Enrique O.
 Clausen, Enrique G. E.
 Clos, Enrique C.
 Cock, Guillermo E.
 Colina, Bartolomé de la
 Colla, Ada Silvia
 Comes, Horacio
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Carlos C.
 Chanourdie, Enrique
 Chedufau, Edmundo C.
 Chizzini Melo, Aníbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Damlanovich, Horacio
 Dassen, Rodolfo
 Dasso, Ricardo L.
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 Delpech, Simón A.
 Demarchi, Alfredo A.
 De Michino, Américo F.
 De Nardo, Juan B.
 Denner, Jorge
 Deulofeu, Venancio
 Díaz, Emilio C.
 Díaz, Emilio L.
 Dickmann, Emilio
 Dieulefait, Carlos E.
 Di Tella, Torcuato
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Duarte, Florentino, M.

Dubecq, Radl E.
 Dueñas, José
 Duhaus, Luis
 Dupont, Enrique
 Durafona y Vedia. A.
 Durrieu, Mauricio
 Escudero, Antonio
 Escudero, Pedro
 Esperne, Juan
 Faré, Santo S.
 Farengo, Adolfo P.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández, José S.
 Fernández Long, S.
 Fernández, Rodolfo P.
 Fesquet Alberto E. J.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Flore, Luis
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Fossá Mancini, E.
 Frenguelli, Joaquín
 Freude, Ludwig
 Fűrnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Gaffuri, Domingo
 Galmarni, Alfredo G.
 Gando, Alfredo R.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Gatti, Alfredo B.
 Gavina Alvarado, Elías R.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Giannone, José
 Giusti, Leopoldo
 González Beausnier, Carlos
 González Domínguez, Alberto
 González, Juan B.
 Gorostiaga, Roberto
 Gorriti, Fernando
 Gottschalk, Otto
 Guerrico, Adolfo O.
 Guitarte, Manuel
 Gutiérrez Acha, Alfredo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique Martín
 Herrera Vegas, M.
 Herrmann, Gustavo G. C.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hoebcke, Luis
 Hofmann, Herbert
 Housseay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.

Isella, Carlos
 Ivanishevich, Ludovico
 Ivanishevich, Oscar
 Jauch, Clotilde
 Jakob, Cristofredo
 Jorge, José M.
 Jourde Rollet, Paul C.G.
 Kapua, Ervin E.
 Kempny, José Carlos
 Kinkelín Pelletán, J. C. de
 Knoche, Walter
 Kostevitch, Miguel M.
 Krapf, E. Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Lana Sarraite, Casimiro
 Laplaza, Florián
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo F.
 Latzina, Eduardo
 Levene, Julio C.
 Liebermann, José
 Lignières, Roberto
 Limeses, José
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lobo, Rodolfo
 Lóizaga, Niceto S.
 Lombardi, Alberto
 Longhini, Pedro
 Llauro, José
 Magnin, Jorge
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Manera, Edmundo
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Marsellán, Francisco
 Massignone, Eduardo
 Martínez Dalke, Luis M.
 Martínez, Osvaldo I.
 Mazza, Sigfrido C.
 Medina, Antonio M.
 Melo, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercan, Agustín
 Meriggi, Juan C.
 Mermoz, Francisco A.
 Migone, Luis V.
 Molino, José F.
 Molinari, Horacio J.
 Mollé, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moragues Bernat, Jaime
 Moragues, Miguel
 Moreno, Evaristo V.
 Morize, José Bernabé
 Mouchet, Enrique
 Moyano, Braulio
 Mulleady, Ricardo T.
 Mundi, Gualterio A.
 Murtagh, Juan N.

Nágera, Juan José	Plá, Cortés	Sánchez Díaz, Abel	Tomasello, Juan F.
Natale, Alfredo	Platz, Hubert	Sánchez, José Ricardo	Torre Bertucci, Pedro
Navarro Viola, Jorge	Polledo, César M.	Sánchez, Gregorio L.	Tossini, Luis
Negrete, Lucía	Portillo, Gregorio A.	Sanromán, Iberio	Trelles, Rogelio A.
Negri, Mario L.	Posadas, Carlos	Santángelo, Rodolfo	Trucco, Sixto E.
Noya, Rómulo M.	Puchulu, Juan F.	Santos Rossell, Carlos	Turdera, Raúl D.
Nürnberg, Zacarías M.	Puente, Francisco de la	Saralegui, Antonio M.	Valeiras, Antonio
Ogioblin, Alejandro	Quinos, José Luis	Sarrabayrouse, Eugenio	Valentini, Argentino
Olgún, Juan	Quiroga, Pedro R.	Savastano, Julio	Valentinuzzi, Máximo
Olivera, Carlos E.	Raimondi, Alejandro	Savon, Marcos A.	Vallebella, Colón B.
Oliveri, Alfredo E.	Raitzin, Alejandro	Schoolnicov, Bernardo	Vallejo, Segundo E.
Ortiz, Anibal A.	Ramaccioni, Danilo	Schleich, Bernardo E.	Vancossi, Reinaldo
Ortiz de Rosas, Jorge	Ramallo, Carlos M.	Schnack, Benno J.	Vaquer, Antonio
Otamendi, Gustavo	Ranwez, Gustavo	Schneider, Otto	Varela Gil, José
Otonello, Héctor	Rathgeb, Alfonso	Schulz, Guillermo	Verdier, Pablo A.
Otonello, Néstor J.	Ratto, Héctor R.	Selzer, Samuel	Veyga, Francisco de
Páez, José María	Raver, Ignacio	Sesma, Angel	Vidal, Eduardo
Page, Franklin Nelson	Re, Pedro M.	Sheahan, Juan F.	Vignati, Milcíades A.
Paitovi, y Oliveras A.	Rebuelto, Emilio	Simonoff, Miguei	Vignaux, Juan C.
Palacio Posse, Ramón	Reece, William Asher	Simons, Hellmut	Villalobos Domínguez,
Palazzo, Pascual	Repetto, Blas Angel	Siri, Luis	Cándido
Paré, Clovis A. M.	Reposini, José	Sirotzky, David	Vinardell, Alberto
Parodi, Edmundo	Rezzani, José María	Sisto, Emilio E.	Vollajuson, Julián
Parodi, Lorenzo R.	Rizzoli, Ricardo H.	Sobral, Arturo	Volpatti, Eduardo
Parodi, Raúl	Roca, Félix	Solari, Emilio F.	Volpi, Carlos A.
Pasqualini, Clodoveo	Rodríguez, Miguel	Solari, Miguel A.	Walner, Jacobo
Pastore, Franco	Roffo, Angel H.	Soler, Frank L.	Wauters, Carlos
Paz Anchorena, José M.	Roldán, Raimundo	Somonte, Eduardo	Weil, Pedro A.
Pedace, Eduardo A.	Rokotnitz, Otto	Sordelli, Alfredo	Wernicke, Raúl
Penazzo, Oscar	Ross, Agustín	Spinetto, David J.	White, Guillermo J.
Perazzo, Roberto J.	Rosauer, Rodolfo E.	Spota, Victor J.	Wolff, Pablo Osvaldo
Perel, Vicente L.	Rossell Soler, Pedro	Stoop, Arnoldo	Wunenburger, Gastón
Pérez del Cerro, Carlos A.	Ruata, Luis E.	Storni, Carlos D.	Yepes, José
Pérez Martínez, Aníbal	Ruiz Moreno, Adrián	Storni, Segundo R.	Zamboni, Agustín
Perrone, Cayetano	Ruiz Moreno, Isidoro	Tanturi, Carlos A.	Zanetta, Alberto
Pestalarado, Agustín	Sabarla, Enrique	Tarragona, José	Zapfi, Enrique V.
Pini, Aldo S.	Salomón, Hugo	Tello, Eugenio	Zuloaga, Angel M.
Pistarelli, Julio A.	Samplero, Adolfo D.		

SOCIOS ACTIVOS NO RESIDENTES

Carrelli, Antonio	King, Diarmid O.	Kinkelin Pelletan, Eugene de	Puebla, Faustino A.
Fischer, Gustavo Juan			

SOCIOS ADHERENTES

Aloisi, Enrique	Ferramola, Raúl	Mallhos, Luis E.	Rodríguez, María Luisa
Bardin, Pedro P.	García, Eduardo D.	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos
Bazzanella, José	Gingold Tarder, Boris	Molfino, Rubén H.	Sadosky, Manuel
Brero, Hércules N. V.	Gorchs, Agustín C.	Molinari, Angélica N.	Salavín, Raimundo G.
Carrera, César J. M.	Greenway, Daniel J.	V. de	Stacco, Alberto Carlos
Cotlar, Mischa	Hendler, Eugenio	Monteverde, José J.	Tarhay, Irene
Chiodin, Alfredo S.	Hermite, Raúl J. J.	Peraldo, Leo	Tortorelli, Lucas A.
Di Leo, Ernesto	Junqué Gassó, Alfredo R.	Recoder, Roberto F.	Viticcioli, Fernando
Dupont, Benja	Kutner, Elías	Repetto, Cayetano	Wechsler, Wolf
Egen, Walther, von	Leiguarda, Ramón H.	Reynal, Jorge E.	Wright, Arthur W.
Elizondo, Francisco M.			

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cia.	D'Elia, Antonio	Otto Hess, S. A.	Siemons-Bauunion
Banda de Estringor	Establecimientos Industriales "Febo"	Peña, Guillermo A.	S. A. Talleres Metalúrgicos
Benvenuto y Cia.	Latham Urtubey, Agustín O.	Jacobo Peuser, S. A.	San Martín «TAMET»
Bunge y Born, Ltda.	Lutz, Ferrando y Cia.	Polledo Hnos. y Cia.	T. Gr. "Tomás Palumbo"
Compañía General de Construcciones	Hijos de Attilio Massone	Rezzani y Esperne	Ultramar, S. A. Petrol.
De la Puente y Bustamante	O. Guglielmoni	Rivara y Cia.	Arg.
			Wayes y Freytag

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Basio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cia. (Lda).

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

PERIODO 1944-45

Presidente, Ingº Agrº Bruno Santini; Vice-Presidente, Prof. Rolando Hereñú; Secretario de actas, Ingº Agrº Arturo Ragonese; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Emilio A. Vergara; Tesorero, Ingº Quím. Mario Schivazzappa; Vocales titulares: Dr. José Piazza, e Ingº Quím. Carlos Christen; Vocales suplentes: Dr. Gustavo A. Fester e Ingº Civ. Francisco Urondo; Encargado de Publicaciones, Ingº Civ. José Babini; Encargado de Biblioteca y Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Christen, Rodolfo G.	Muzzio, Enrique	Santini, Bruno L. P.
Arlotti, Juan Carlos	Fester, Gustavo A.	Nicollier, Victor S.	Schivazzappa, Mario
Babini, José	Glacafre, Lorenzo	Nigro, Angel	Simonutti, Atilio A.
Berraz, Guillermo	Gollán, Josué (h.)	Niklison, Carlos A.	Spezzati, Carlos
Bertuzzi, Francisco A.	Hereñú, Rolando	Piazza, José	Tiesenbaum, Mariano
Bossi, Celestino	Hotschewer, Curto	Pisero, Rodolfo	Urondo, Francisco E.
Cerana, Miguel	Kleer, Gregorio	Pozzo, Hiram J.	Vergara, Emilio A.
Costa Comas, Ignacio M.	Mal, Carlos	Puente, Nemesio G. de la	Virasoro, Enrique
Crouzelles, A. L. de	Maille, Oscar S.	Rouzaut, Rodolfo	Zárate, Carlos C.
Crusillas, José	Mántaras, Fernando	Salaber, Julio	
Christen, Carlos	Méndez, Rafael O.	Salgado, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-Presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, — — — Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Sr. Ranulfo Rozales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Bacal, Benjamín	Casale, Florencio B.	Lombardozi, Vicente P.	Rozales, Ranulfo S.
Barceló, Manuel	Ceresa, Mario Carlos D.	Magni S., Carlos J.	Ruiz Leal, Adrian
Bauzá, Juan	Croce, Francisco M.	Minoprio, José D. J.	Serra, Luis Angel
Benegas, Raúl	Dels, Pedro (h.)	Paganotto, Juan P.	Silvestre, Tomás
Bidone, Mario	Dodds, Leonel	Pescatori Arentsen, Gus-	Suárez, Jorge Carlos
Borsani, Carlos Pablo	Gomensoro, José N.	tavo	Sueta, Luis G.
Burgoa, Pedro A.	González, Joaquín R.	Piccone, Cayetano C.	Toso, Juan P.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Ponce, José Raúl	Zapata Burgos, Jorge M.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Secretario, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Tomás C. Pera; Vocales: Ingº Juan Carlos Lindquist, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Víctor M. Arroyo, Prof. Alberto A. Mignanego.

SOCIOS ACTIVOS

Aleina Fuertes, Fidel	Arroyo Basaldua, Víc-	Burgueño, José Luis	Cortelezzi, Juana
Angli, Jerónimo	tor M.	Coria, Pedro E.	

Crespi Gherzi, Roberto A.	Loedel Palumbo, Enrique	Nico, Raúl	Sáez, Francisco A.
Christmann, Federico E.	Mac Donagh, Emiliano J.	Oliva, Virgilio	Sagastume, Carlos A.
Gascón, Jorge	Madrid, Diógenes	Paternosto, Pedro G.	Sagastume Berra, A. E.
Gershánik, Simón	Márquez, Anibal R.	Pera, Tomás Carlos	Scheggia, Eduardo R.
Glovambattista, Humberto	Marmonti, Angel	Platzceck, Ricardo P.	Teobaldo, Carlos
Inda, Carmen	Massimino, Blas	Rigamonti, Esteban F.	Trejo, César A.
Landolfi, José María	Méndez, José D.	Ringulet, Emilio J.	Ucha Udabe, Manuel
Lindquist, Juan Carlos	Mignanego, Alberto Armando	Romano Yalour, Juan G.	Vucetich, Danilo C.
Lisarán, Fernando		Sabato, Juan	Wilkins, Alejandro

SECCION TUCUMAN

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing^o Félix Cernuschi; Secretario, Dr. Luis N. Pizzorno; Tesorero, Dr. Guillermo Cetrángolo; Vocales: Dr. William E. Cross, Dr. Anibal Sánchez Reulet, Dr. Raúl J. Blaisten, Dr. Rafael Sorol.

SOCIOS ACTIVOS

Alvarado, Carlos Alberto	Deza Cenget, Dacio	Maldana, Héctor R.	Sánchez Reulet, Anibal
Balmori, Clemente H.	Escalante, Dardo A.	Manoff, Isaac	Santillán, Luis A.
Benvenuto Terracini, Aron	Fontana, Iván R.	Nanni, Luis Fernando	Santillán, Prudencio
Blaisten, Raúl J.	Freiberg, Salomón	Novillo, Napoleón R.	Schegg, Alfredo
Boggliatto, Dante E.	Fonio, Osvaldo A.	Peirano, Abel A.	Silvetti, Luis María
Cecilio, Armando	Frondizi, Risleri	Peña Guzmán, Solano	Sorol, Rafael V.
Cetrángolo, Guillermo	Greve, Walther	Pepe, O. Rodolfo	Sorol, Julio S.
Conceição de la Cruz, Alfonso	Guzmán, Arturo M.	Pizzorno, Luis N.	Terracini, Alejandro
Cross, William E.	Herrera, Félix E.	Robin, Maximiliano V.	Treves, Renato
Cuenya, Carlos (h.)	Ibáñez, Adolfo P.	Rodríguez Marquina, Elío	Ullenghi, Alejandro S.
Dates, Juan W.	Jung, Walter	Rohmeder, Guillermo	Verna, Luis C.
Descole, Horacio R.	Lázaro, Juan F. de	Romaña, Cecilio	Victoria, Virgilio A.
	Lebrón, Enrique Juan	Selme, Ernesto M.	Viria, Eugenio F.
	Lobo, Arturo		Würeschmidt, José

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero	Hijar y Haro, Luis	México
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre	París
Avendaño, Leónidas	Lima	Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Bachmann, Carlos J.	Lima	Kelper, Guillermo	Berlin
Birkhoff, Jorge D.	New York	Langevin, Paul	París
Bolívar, Ignacio	Madrid	Levi Feppo	Rosario
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)	Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Borel, Emile	París	Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Cabrera, Blas	Madrid	Molina, Enrique	Concep. (Ch.)
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro	Monjaráz, Jesús E.	México
Chester Bradley, J.	Ithaca, N. Y.	Montel, Paul	París
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)	Moretti, Gaetano	Milán
Darmois, Georges	París	Oliver Schneider, Carlos	Concep. (Ch.)
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Escornel, Edmundo	Lima	Perrin, Tomás G.	México
Flebrig, Carlos	Munich (Al.)	Perrine, Carlos D.	Córdoba
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)	Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Fort, Michel	Lima	Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
García Godofredo	Lima	Rosenblatt, Alfred	Lima
González del Riego, Felipe	Lima	Rowe, Leo S.	Washington
Goodspeed, Thomas H.	Berkeley, Cal.	Tello, Julio C.	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)	Terracini, Alejandro	Tucumán
Günther, Philibert	Nancy (Fr.)	Valle, Rafael H.	México
Hadamard, Jacques	París	Vélez, Daniel M.	México
Haurian Luciano	Bruselas	Villarín, Manuel V.	Lima
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)	Vitoria, Eduardo	Barcelona